电动力学知识点整理

曾培
CQI Study Group

2016.09.01

前言

- 只是一个简陋的提纲，帮助大家梳理知识

- 记号：

- ‘>’ - 重要的推导，大家必须能够自己手推的

- ‘%’ - 重要的计算，做一两道这方面的题目

0. 矢量分析

- ∇: 梯度、散度、旋度的定义式
  - $\delta_{ij}, \epsilon_{ijk}$置换符号的含义

- 数学上的Gauss定理，Stokes定理

- 常用记号：
  - 源$\vec{x}'$、场$\vec{x}$
  - $R = |\vec{x}|,\ \vec{r} = \vec{x} - \vec{x}'$
  - 区分∇与∇'

- Delta函数 $\delta(\vec{x})$

0. 矢量分析

- > $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$ $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})$
- > $\nabla\cdot(f\vec{A})$ $\nabla\times(f\vec{A})$
- > $\nabla\times(\vec{A}\times\vec{B})$ $\nabla\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$ $\nabla(\vec{A}\cdot\vec{B})$
- > $\nabla\times(\nabla\times\vec{A})$

0. 矢量分析

- > $\nabla(\mathrm{r})$ $\nabla(\frac{1}{r})$ $\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) = -4\pi\delta(\vec{r})$

1.1 静电场（$\vec{E}$的方程）

- E场方程：Coulomb定律
  - $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{V'}\frac{\vec{r}(\vec{x},\vec{x}')}{r^3}\rho'(\vec{x}')dV'$

- E场的散度：Gauss定理　　$\nabla\cdot\vec{E} = \rho/\epsilon_0$

> 由Coulomb定律推导Gauss定理

- E场的旋度：ϕ的引入　$\vec{E} = -\nabla\phi$

  $\nabla\times\vec{E} = 0$(静电场)

1.1 静电场（电势）

% 电偶极子的势与场强推导（小量近似方法）

% 常见的电势计算题（积分公式）

- 有限长杆
- 圆环中心线
- 球面

1.2 静磁场（电流）

- 电流 I，电流密度$\vec{J} = \rho\vec{v}$,　$\vec{J}dV$　$\vec{\alpha}dS$　$Id\vec{l}$

- 电荷守恒定律
  - $\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\int_V \rho dV$

1.2 静磁场（$\vec{B}$的方程）

- B场方程：Biot-Savart定律
  - $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\vec{J}(\vec{x}')\times\frac{\vec{r}(\vec{x},\vec{x}')}{r^3}dV'$
- B场散度：$\vec{A}$的引入　　$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$
  - $\nabla\cdot\vec{B}=0$
- B场旋度：Ampere定律　　　$\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}$

> 由BS定律推导静磁场下的Ampere定律

> 证明矢势公式满足Coulomb规范

1.3 Maxwell方程（真空）

- $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$ $\nabla\times\vec{E} = 0$ 静电
- $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ $\nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{J}$ 静磁

- 动磁生电：Faraday定律(感生、动生电动势)
  - $\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$

- 动电（非恒流）生磁：Maxwell位移电流假说
  - $\nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{\mathrm{E}}$

> 位移电流产生的推导(使磁场旋度公式与电荷守恒定律相符合)

1.4 介质极化与磁化

- $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0 \qquad \nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$
- $\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{\mathrm{E}}$

- $\rho = \rho_f + \rho_p \qquad \vec{J} = \vec{J}_f + \vec{J}_p + \vec{J}_m$

- 极化强度 $\vec{P}$ <-> $\rho_p, \vec{J}_p$
- 磁化强度 $\vec{M}$ <-> $\vec{J}_m$

1.4 介质极化与磁化

- $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$ $\qquad$ $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$
- $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ $\qquad$ $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\vec{\mathrm{E}}$

- $\rho = \rho_f + \rho_p$ $\qquad$ $\vec{J} = \vec{J}_f + \vec{J}_p + \vec{J}_m$

- 极化强度 $\vec{P}$ <-> $\rho_p, \vec{J}_p$
- 磁化强度 $\vec{M}$ <-> $\vec{J}_m$

1.4 介质极化与磁化

> 由$\vec{P},\vec{M}$定义导出$\vec{P},\rho_p$；$\vec{P},\vec{J}_p$；$\vec{M},\vec{J}_m$的关系

- $\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P}$ (还有$\sigma_p = -\vec{P}$)
- $\vec{J}_p = \frac{\partial}{\partial t}\vec{P}$
- $\vec{J}_m = \nabla \times \vec{M}$

- 电位移矢量D与磁场强度H
  - $\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
  - $\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$

1.4 介质极化与磁化

- Maxwell方程
  - $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$ $\qquad\qquad \nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$
  - $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ $\qquad\qquad \nabla\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{D}$

> 证明束缚电荷与自由电荷关系

- $\rho_p = \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon} - 1\right)\rho_f$

1.5 边值关系

- Maxwell方程边值关系（灭去含时项，散法旋切）
  - $\vec{n}_{21} \cdot \left(\vec{D}_2 - \vec{D}_1\right) = \sigma_f$
  - $\vec{n}_{21} \times \left(\vec{E}_2 - \vec{E}_1\right) = 0$
  - $\vec{n}_{21} \cdot \left(\vec{B}_2 - \vec{B}_1\right) = 0$
  - $\vec{n}_{21} \times \left(\vec{H}_2 - \vec{H}_1\right) = \vec{\alpha}_f$

- ‘散法旋切’对于极化电荷、磁化电流也成立！
  - $\vec{n}_{21} \cdot \left(\vec{P}_2 - \vec{P}_1\right) = -\sigma_p$
  - $\vec{n}_{21} \times \left(\vec{M}_2 - \vec{M}_1\right) = \vec{\alpha}_M$

- 电场切向连续，磁场法向连续（总是成立）

1.6 能量与能流

- 机械功，场能量w与能流$\vec{s}$关系：
  - $\vec{f}\cdot\vec{v}+\nabla\cdot\vec{s}+\frac{\partial}{\partial t}w=0$

\> 机械功形式推导

  - $\vec{f}\cdot\vec{v}=\vec{J}_f\cdot\vec{E}=-\nabla\cdot\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)-\vec{E}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\vec{D}-\vec{H}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$

- 场能量
  - $w=\vec{E}\cdot\delta\vec{D}+\vec{H}\cdot\delta\vec{B}$

$$\xRightarrow{\text{线性}}\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}+\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\delta\vec{B}\xRightarrow{\text{各项同性}}\frac{1}{2}\epsilon E^2+\frac{1}{2}\mu H^2$$

- 能流$\vec{s}=\vec{E}\times\vec{H}$

2.1 静电场（静电势）

- 静电场下的方程：
  - Poisson方程：$\nabla^2\phi = -\frac{\rho}{\epsilon}$
  - Laplace方程：$\nabla^2\phi = 0$

- 边值条件（介质/介质）
  - 电势连续： $\phi_1 = \phi_2$
  - 电势法向关系： $\epsilon_2 \frac{\partial\phi_2}{\partial n_{21}} - \epsilon_1 \frac{\partial\phi_2}{\partial n_{21}} = -\sigma_f$

> 由Maxwell方程边值条件推导电势表达的边值条件

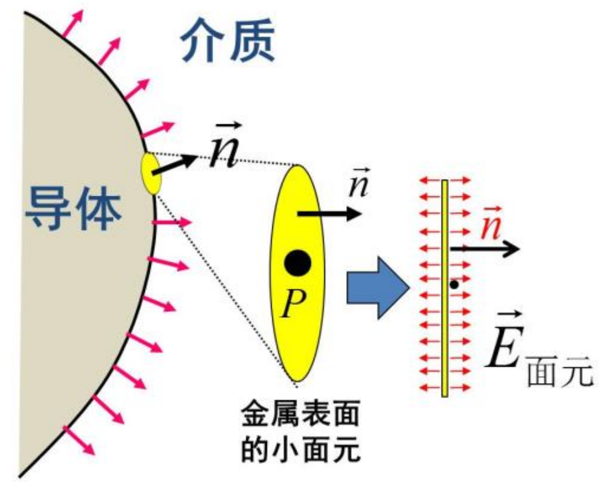
- 边值条件（金属/介质）
  - 等势面：$\phi_2 = \Phi$
  - 电势法向关系： $\epsilon_2 \frac{\partial\phi_2}{\partial n_{21}} = -\sigma_f$ -> $\oint_S \frac{\partial\phi}{\partial n} dS = -Q/\epsilon_2$

2.1 静电场（金属导体）

- 金属导体特点：
  - 等势体
  - 内部场强为0
  - 内部没有净电荷
  - 电场线由表面垂直指向介质

% 计算金属表面面元受力

- $\vec{E} = \vec{E}_{面元} + \vec{E}_{其它}$
- $\vec{E}_{面元} = \pm\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\vec{n}$
- $\vec{E}_{其它} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\vec{n}$
- $\vec{f} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}\vec{n}$



2.1 静电场能量

> 推导全局的能量可表示为：

- $W = \frac{1}{2}\int_{\infty} \vec{E} \cdot \vec{D} dV \qquad (\vec{E} = -\nabla\phi; \nabla \cdot \vec{D} = \rho_f)$

  $= \frac{1}{2}\int_{\infty} \phi\rho_f dV$

- 对于导体（等势体）问题计算更加方便
- 只针对全局

2.2 唯一性定理

- 如果解满足指定的条件，那么它是唯一正确的

- 指定的条件:
  1. 解满足所有小区域的Poisson方程
  2. 解满足整个区域的外围边界条件(ϕ或者$\frac{\partial \phi}{\partial n}$)
  3. 如果存在金属导体，解满足给定的导体电势ϕ或者总电量Q

> 证明唯一性定理（Laplace解的性质、构造法）

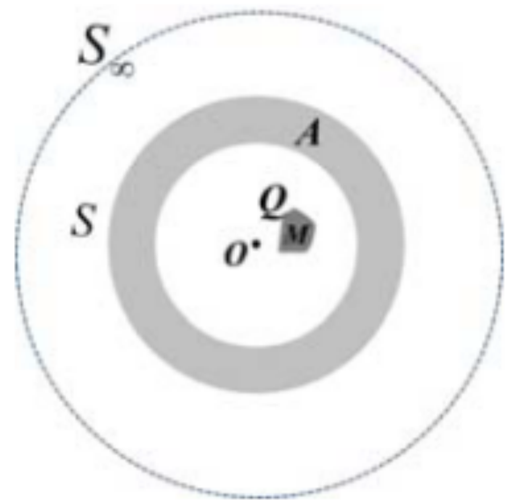
试探解的合理性； 存在金属导体时巧妙分析(例题)

2.2 唯一性定理（例）

- 不计算，说明：

1. 球壳外电场只与Q大小有关，与M位置无关

2. 球壳A的外表面电荷为一均匀分布，与M在球壳内的位置无关



2.3 镜像法

- 基本思想：
  - 边界电荷分布难求！换成区域外的点电荷！

- 常见类型
  - 无限大金属界面
  - 无限大介质界面
  - 金属球体（相似三角形位置）

2.3 镜像法

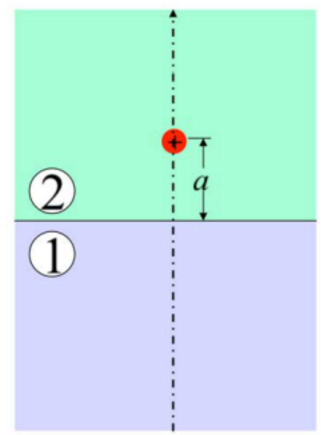
% 无限大介质例

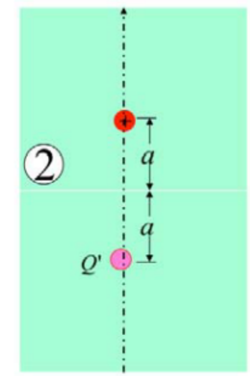
$$\phi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_2}\frac{Q}{|z-a|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_2}\frac{Q'}{|z+a|}(z>0)$$

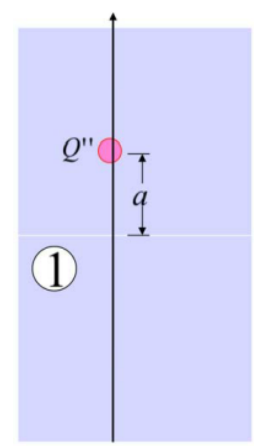
$$\phi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_1}\frac{Q''}{|z-a|}(z<0)$$

$$\frac{1}{\epsilon_2}(Q+Q') = \frac{1}{\epsilon_1}Q''$$

$$Q\cdot(-a) + Q'\cdot a = Q''\cdot(-a)$$







2.4 Laplace方程分离变量法

- 纯·数理方法
- 记到通解形式，万事大吉^_^

- 球形(旋转对称 不是旋转对称我就直接弃坑￥_￥)
  - $\phi(r,\theta) = \sum_n \left(a_n r^n + b_n \frac{1}{r^{n+1}}\right) P_n(cos\theta)$
  - $P_0 = 1, P_1 = cos\theta$

- 柱形(如果不是圆柱我也放弃治疗T_T)
  - $\phi = A_0 + B_0 \ln r + \sum_n (a_n r^n + b_n r^{-n}) \cos(n\phi) + \sum_n (c_n r^n + d_n r^{-n}) \sin(n\phi)$

2.4 Laplace方程分离变量法

求场强：

% 匀强场里面的金属球

% 匀强场里面的均匀极化介质球

% 匀强场里面垂直的均匀极化介质圆柱

% 匀强场里面水平的均匀极化介质圆柱

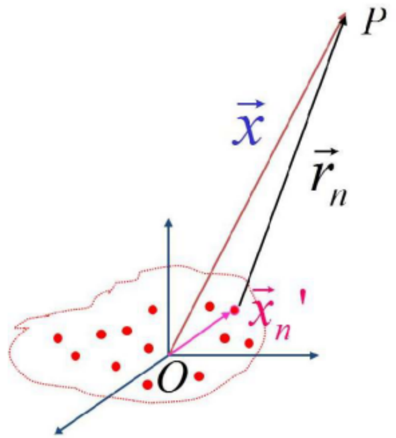
2.5 格林函数

- 暂时还没看==

- 哪位比较会的等下可以讲讲 #_#

2.6 电多极矩

- 重申记号：
  - 源位置$\vec{x}'$, 场位置$\vec{x}$,
  - 距离$\vec{r} = \vec{x} - \vec{x}'$, 场距$\vec{R} = \vec{x}$
  - $r = |\vec{x} - \vec{x}'|$, $\mathrm{R} = |\vec{x}|$



- $\vec{x}' \ll \vec{x}$的情况下（源集中于某一小区域）考虑多级矩展开

- 场函数的Taylor展开：
  - $f(\vec{x} + \vec{\delta}) = f(\vec{x}) + \vec{\delta} \cdot \nabla f(\vec{x}) + \frac{1}{2}\vec{\delta}\vec{\delta}: \nabla\nabla f(\vec{x}) + \cdots$
  - 双点乘$\delta\delta: \nabla\nabla f(\vec{x}) = \sum_{i,j} \delta_i \delta_j \frac{\partial^2}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} f(\vec{x})$

2.6 电多极矩

- $\frac{1}{r(\vec{x},\vec{x}')} = \frac{1}{R} - \vec{x}' \cdot \nabla\left(\frac{1}{R}\right) + \frac{1}{2}\vec{x}'\vec{x}' : \nabla\nabla\left(\frac{1}{R}\right) + \cdots$

- 电势的展开
  - $\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{1}{r(\vec{x},\vec{x}')}\rho(\vec{x}')dV'$
    $= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R}\int \rho(\vec{x}')dV' - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\nabla\left(\frac{1}{R}\right)\cdot\int \vec{x}'\rho(\vec{x}')dV' + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\nabla\nabla\left(\frac{1}{R}\right):\int \vec{x}'\vec{x}'\rho(\vec{x}')dV' + \cdots$

- 各积分项分析：
  - 总电量$Q = \int \rho(\vec{x}')dV'$
  - 偶极矩$\vec{\mathrm{p}} = \int \vec{x}'\rho(\vec{x}')dV'$
  - 四极矩$\overleftrightarrow{D} = 3\int \vec{x}'\vec{x}'\rho(\vec{x}')dV'$

2.6 电多极矩

- 电势的展开
  - $\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R}Q - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\nabla\left(\frac{1}{R}\right)\cdot\vec{p} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{3}\nabla\nabla\left(\frac{1}{R}\right):\overleftrightarrow{D} + \cdots$
    $= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R}Q + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R^2}\frac{\vec{R}}{R}\cdot\vec{p} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{3}\frac{1}{R^3}(\overleftrightarrow{I} - \frac{3\vec{R}\vec{R}}{R^2}):\overleftrightarrow{D} + \cdots$

- 四极矩的双点乘计算具有迹平移特性：
  - 已知$\left(\overleftrightarrow{I} - \frac{3\vec{R}\vec{R}}{R^2}\right):\overleftrightarrow{I} = 3 - 3 = 0$
  - 那么$\left(\overleftrightarrow{I} - \frac{3\vec{R}\vec{R}}{R^2}\right):(\overleftrightarrow{D} + \lambda\overleftrightarrow{I}) = \left(\overleftrightarrow{I} - \frac{3\vec{R}\vec{R}}{R^2}\right):\overleftrightarrow{D}$
  - 重新定义四极矩$\overleftrightarrow{D} = \int(3\vec{x}'\vec{x}' - |\vec{x}'|^2\overleftrightarrow{I})\rho(\vec{x}')dV'$使其迹为0

2.7 静电学 综合策略

- 1. 冷静地写出每一个区域的场方程，边界条件
- 2. 高对称性
  - 考虑是不是利用高斯定理直接可解的送分题
- 2. 出现了导体
  - 考虑利用唯一性定理进行电磁屏蔽式的化简
- 3. 出现了无限大界面、金属导体球
  - 考虑电镜法
- 4. 各区域形状为理想的柱体、球体
  - 考虑Laplace方程分离变量
- 5. 源分布集中，具备远场条件
  - 考虑多级矩近似
- 还不行？？那就。。反正我就放弃了。。

3.1 静磁场之矢势方法

- 静磁场$\vec{J}_f = Const.$ $\frac{\partial}{\partial t}\vec{D} = 0$
- 基本方程$\nabla \cdot \vec{B} = 0$ $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f$

- 矢势$\vec{A}$ $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$
- Coulomb规范：$\nabla \cdot \vec{A}$

- 对于均匀介质有：
  - $\vec{B} = \mu \vec{H}$
  - $\nabla \times \left(\nabla \times \vec{A}\right) = \nabla\left(\nabla \cdot \vec{A}\right) - \nabla^2 \vec{A} = -\nabla^2 \vec{A} = \mu \vec{J}_f$

3.1 磁矢势（边值条件）

- Poisson方程 $\nabla^2\vec{A} = \mu\vec{J}_f$
  - 给定电流分布$\vec{J}_f$，求磁场$\vec{A}$, $\vec{B}$
  - 相当不实用，复杂 $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{J}_f}{r}dV'$

- 边值条件
  - $\vec{A}_2 = \vec{A}_1$ 切向、法向（Coulomb规范下）连续

  - ？导数边值条件

3.1 磁矢势（磁场能量）

> 推导全局的能量可表示为：

- $W = \frac{1}{2}\int_{\infty} \vec{B}\cdot\vec{H}dV \qquad (\vec{B} = \nabla\times\vec{A}; \nabla\times\vec{H} = \vec{J}_f)$
  $= \frac{1}{2}\int_{\infty} \vec{A}\cdot\vec{J}_f dV$
- 对于线电流$(Id\vec{l})$问题计算更加方便
- 只针对全局

> 互能量：$\vec{J}_1$产生$\vec{A}_1$; $\vec{J}_2$产生$\vec{A}_2$；

  - $\vec{J}_2$在$\vec{A}_1$中产生的能量$w_{21} = \frac{1}{2}\int_{\infty} \vec{A}_1\cdot\vec{J}_2 dV$
  - 两者相互能量之和$w_{tol} = \frac{1}{2}\int_{\infty} (\vec{A}_1\cdot\vec{J}_2 + \vec{A}_2\cdot\vec{J}_1)dV = \int_{\infty} \vec{A}_1\cdot\vec{J}_2 dV$ (由A定义式可证两式相等)

3.2 静磁场之标势方法

- 基本方程$\nabla \cdot \vec{B} = 0$ $\quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f$
- 想干掉$\vec{J}_f$，存在两种可能性：
  1. 不存在$\vec{J}_f$：永磁体，超导体（面磁化电流）；
  2. 研究区域不包含环电流一圈的情况，是<u>单连通</u>区域；

- 此时公式变为：
  - $\vec{H} = -\nabla \phi_m$
  - $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$ $\quad \mu_0 \nabla \cdot \vec{H} = -\mu_0 \nabla \cdot \vec{M}$
  - 令$\rho_m = -\mu_0 \nabla \cdot \vec{M}$ $\quad$ 则$\nabla \cdot \vec{H} = \dfrac{\rho_m}{\mu_0}$
  - $\nabla^2 \vec{H} = -\dfrac{\rho_m}{\mu_0}$

3.2 磁标势(边值条件)

- $\nabla^2 \vec{H} = -\frac{\rho_m}{\mu_0}$　　　$(\rho_m = -\mu_0 \nabla \cdot \vec{M})$

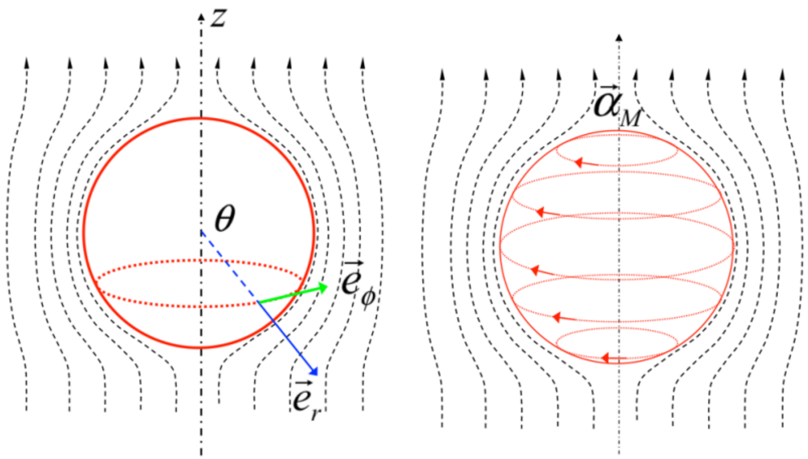
- 磁标势边界条件：
  - $\phi_1 = \phi_2$　　　　同电学讨论

    (限于界面上没有自由电流的时候)；超导电流视为磁化电流
  - 由$B_{1n} = B_{2n}$有：$\frac{\partial}{\partial n}\phi_2 - \frac{\partial}{\partial n}\phi_1 = \vec{n} \cdot (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)$
  - 或者在给定μ的时候：$\mu_1 \frac{\partial}{\partial n}\phi_1 = \mu_2 \frac{\partial}{\partial n}\phi_2$

% 用磁标势计算超导球体迈斯纳效应下的场强

3.2 磁标势(计算例)

- 迈斯纳效应：视为均匀磁化 $\vec{M} = -\frac{3}{2}\vec{H}_0$
- 均匀外场背景 $\vec{H}_0$



1. 求表面的面电流密度分布$\vec{\alpha}_M(\theta)$
2. 求球内外的场强$\vec{H}$

3.3 磁多极矩（主要是偶极）

- 推导很繁琐，只列举结论
- 小区域电流分布在远场的磁场

- 矢势的单极项与偶极项
  - $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \vec{J}(\vec{x}')\frac{1}{R}dV' \; - \frac{\mu_0}{4\pi}\int \vec{J}(\vec{x}')\vec{x}' \cdot \nabla\left(\frac{1}{R}\right)dV'$

> 证明小区域电流单极项为0: $\frac{\mu_0}{4\pi}\int \vec{J}(\vec{x}')\frac{1}{R}dV'$=0

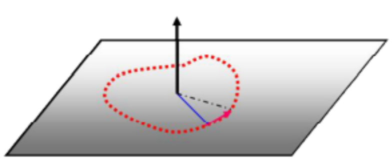
3.3 磁偶极矩与矢势

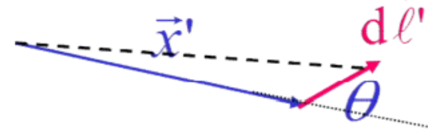
- 偶极项的改写：
- $\vec{A}^{(1)} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\int \vec{J}(\vec{x}')\vec{x}'\cdot\nabla\left(\frac{1}{R}\right)dV'$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{1}{2}\int \vec{x}'\times\vec{J}(\vec{x}')\,dV'\right]\times\frac{\vec{R}}{R^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{R}}{R^3} \quad (\vec{m} = \frac{1}{2}\int \vec{x}'\times\vec{J}(\vec{x}')\,dV' \text{ 磁偶极矩})$$

- $\vec{m} = \frac{1}{2}\int \vec{x}'\times\vec{J}(\vec{x}')\,dV' = \frac{\mathrm{I}}{2}\int \vec{x}'\times d\vec{l} = I\Delta S$





3.3 磁偶极矩与标势

- 由A求B（只考虑偶极项）
  - $\vec{B} = \nabla\times\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\nabla\times\left(\vec{m}\times\frac{\vec{R}}{R^3}\right) = \cdots$
    $= -\mu_0\nabla\left(\frac{\vec{m}\cdot\vec{R}}{4\pi R^3}\right) = -\mu_0\nabla\phi_m^{(1)}$
  - 此处假设 $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$;　　$\phi_m^{(1)} = \frac{\vec{m}\cdot\vec{R}}{4\pi R^3}$; $\vec{H} = -\nabla\phi_m^{(1)}$

- 磁偶极矩在外场$\vec{B}_e$中的势\受力\力矩
  - $U = -\vec{m}\cdot\vec{B}_e$　　　　$\vec{F} = -\nabla U$
  - $L = \vec{m}\times\vec{B}_e$

3.4 静磁场 综合策略

- 1. 看其是不是只涉及远场，小电流求解
  - 考虑偶极近似，利用偶极矩的矢势、标势、势、力、力矩公式求解
- 2. 看其是不是永磁体（或者只存在恒定表面电流）、求解区域单连通
  - 考虑磁标势解法，化为常见的Laplace分离变量的题目
- 3. 如果不是，尝试用A的定义式积分出A，再求B
- 4. 还不行，尝试作死地用矢势来解吧^_^

3.5 A-B效应

- 钱不够，演员未定，剧本暂无！
- （回头再补上，估计不会考）

4.1 平面电磁波

- 时谐（分离变量t）　　单色波
  - Helmholtz方程

- 单向（分离变量x）　　平面波

- 相速度（等相面沿着等相面的法向传播的速度）

> 平面波的波速，E与B的振幅关系，E B k的方向关系

4.1 平面电磁波

- 阻抗（E与H的比值）
- 能量（平均能量多了1/2因子！）
- 能流密度

4.2 平面波反射与折射

- Maxwell方程边值条件出发（两个切向的方程）

- 分析平面时谐波

> 折射、反射定律证明

> 菲涅尔公式推导

4.3 导电介质

- 介电常数损耗因子的引入

> 计算导电介质表面的垂直入射波的穿透深度

5.1 电磁波的势与规范

- $(\vec{A}, \phi)$共同描述势场
  - $\vec{B} = \nabla\times\vec{A}$
  - $\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial}{\partial t}\vec{A}$

- 势的规范变换，规范不变性

- Lorenz规范条件

> 推导达朗贝尔方程

5.2 推迟势

5.2 偶极辐射