

# 电磁学讲义

博士资格考试学习交流

# 第一章 静电场与静电感应

## 一、电场强度

### 1、库伦定律

$$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{r^3}\vec{r} = \frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0r^3}\vec{r}$$

### 2、高斯定理

穿过一封闭曲面的电通量与封闭曲面所包围的电荷量成正比：

$$\oiint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{q_i \text{ in } V} q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho dV$$

### 3、电偶极子的电场

$$\begin{cases} E_r = \frac{p \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} \\ E_\theta = \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \end{cases}$$

## 二、电势

### 1、点电荷的电势

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

### 2、环路定理

静电场中场强沿任意闭合环路线积分恒为零。

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

由此，任意两点 A、B 电势差可按如下公式计算：

$$\Delta U = U_B - U_A = \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

### 3、电偶极子的电势

电偶极子：

$$U = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

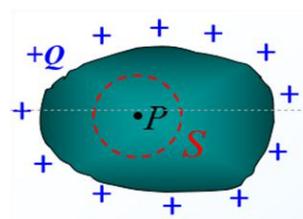
**【总结】：**如何求解电场和电势

### 三、静电平衡

#### 1、静电感应和静电平衡

#### 2、静电平衡状态下导体的特点

- ①导体内部场强处处为 0.
- ②净电荷只分布在导体表面.
- ③靠近导体外表面处的场强与表面垂直，场强大小  $E = \sigma / \epsilon_0$ .
- ④导体是一个等势体，导体表面是等势面.



#### 【讨论】：静电平衡时导体上的电荷分布

#### 3、静电屏蔽

若带空腔的导体不接地，则腔内的电场不受导体外的电场的影响，导体外电场可以受腔内电场的影响（例如腔内电荷量的改变）。

若带空腔的导体接地，则腔内的电场与导体外的电场互不影响（电势同样互不影响）。

#### 4、电像法

- (1) 平面边界
- (2) 球形边界
- (3) 无穷镜像

## 第二章 电容器和电介质

### 一、电容器

#### 1、基本概念

$$C = \frac{Q}{U}$$

#### 2、常见电容器模型

(1) 平行板电容器:

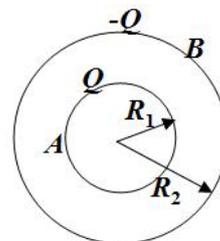
$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

(2) 孤立导体球 (导体球与无穷远构成电容):

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

(3) 球形电容器:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



(4) 同轴圆柱电容器:

内径为  $R_1$ , 外径为  $R_2$ , 当  $R_1 \approx R_2$  时, 可近似利用平行板电容公式:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{2\pi\epsilon_0 R_1 l}{R_2 - R_1}$$

#### 3、电容器的串联和并联

(1) 电容器的并联

$$C = C_1 + C_2$$

(2) 电容器的串联

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

#### 4. 电容器的静电势能

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

### 二、电介质

#### 1、电介质

电介质就是绝缘体, 将电介质放入电场会发生某种变化, 称为极化。

## 2、介质的极化

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$$

①均匀极化

②极化电荷（束缚电荷）：

$$-\oint \vec{P} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_p dV$$

③极化电荷面密度：对于两种介质的分界面，会出现  $\mathbf{P}$  的突变，产生面极化电荷。

$$\sigma_p = -(\vec{P}_2 \cdot \vec{n} - \vec{P}_1 \cdot \vec{n})$$

## 3、电位移矢量 $\mathbf{D}$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_f$$

## 4、极化率 $\chi$

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E} \quad \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 \quad \epsilon_r = 1 + \chi$$

# 三、静电能

## 1、从电荷的角度看

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N Q_i U_i = \frac{1}{2} \int \rho U dV$$

## 2、从场的角度看

$$\omega = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 E^2$$

# 第三章 恒定电流

## 一、电流

### 1、电流

$$I = \frac{q}{t}$$

### 2、电流密度

$$j = \frac{I}{S}$$

金属导体中，电流密度为  $j = nev$ ，其中  $n$  为电子浓度， $v$  为电子定

## 二、电阻与欧姆定律

### 1、欧姆定律

$$I = \frac{U}{R}$$

### 2、电阻定律

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

### 3、欧姆定律的微分形式

$$j = \sigma E$$

## 三、电功、电功率、效率

### 1、电功、电功率

$$W = qU = UI t$$

$$P = \frac{W}{t} = UI$$

### 2、焦耳定律

$$Q = I^2 R t$$

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

## 四、闭合电路

### 1、电源、电动势与内阻

### 2、闭合电路欧姆定律

### 3、路端电压

#### 4、电源的效率

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{total}} = \frac{U}{E}$$

### 四、基尔霍夫定律

- 1、节点电流规律
- 2、回路电压规律

### 五、等效电源

#### 1、等效电压源

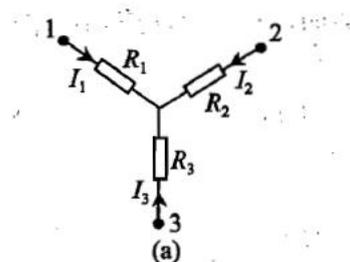
两端有源网络可等效于一个电压源，其电动势等于网络的开路电压，内阻等于从网络两端看除源（将电动势短路）网络的电阻。

#### 2、等效电流源

两端有源网络可等效于一个电流源，电流源的  $I_0$  等于网络两端短路时流经两端的电流，内阻等于从网络两端看除源网络的电阻。

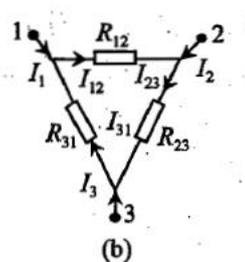
### 六、Y- $\Delta$ 电路的等效代换

在考察复杂电路时，常常会遇到电阻连成 Y 形或  $\Delta$  形，如图所示。若把 Y 形连接代换成等效的  $\Delta$  形连接，或相反，若把  $\Delta$  形连接代换成等效的 Y 形连接，就可能只需用简单的串并联简化计算。



Y  $\rightarrow$   $\Delta$  变换

$$\begin{cases} R_{12} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \\ R_{31} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \\ R_{23} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \end{cases}$$



$\Delta \rightarrow$  Y 变换

$$\begin{cases} R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{cases}$$

### 七、其它特殊方法与问题

# 第四章 静磁场

## 一、磁场，磁感应强度

$$\vec{B} = \sum \Delta \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum \frac{I \Delta \vec{l}}{r^2} \times \frac{\vec{r}}{r}$$

## 二、磁场的高斯定理与安培环路定理

1、磁场的高斯定理：通过任意闭合曲面的磁通量大小为零：

2. 安培环路定理

$$\sum_{\text{闭合环路}} \vec{B} \cdot \Delta \vec{l} = \mu_0 \sum I$$

## 三、磁场力

1、安培力

$$\Delta \vec{F} = I \Delta \vec{l} \times \vec{B}$$

2、洛伦兹力

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

## 四、带电粒子在电磁场中的运动

# 第五章 磁介质

## 1、介质的磁化

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{m}_i}{\Delta V}$$

①均匀磁化

②磁化电流

$$\oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}_M \cdot d\vec{S}$$

③磁化电流面密度

## 2、磁场强度 H

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_f$$

## 3、磁化率

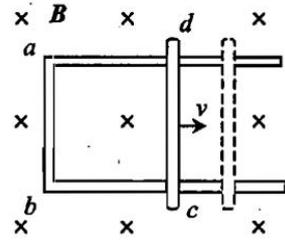
$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \mu = \mu_r \mu_0 \quad \mu_r = 1 + \chi_m$$

# 第六章 电磁感应

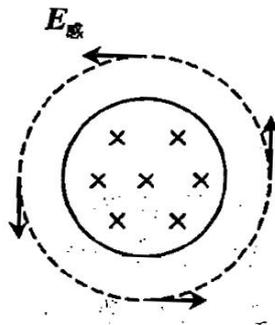
## 一、动生电动势

$$\varepsilon = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



## 二、感生电动势

$$E = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = N \frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = N \frac{\Delta B}{\Delta t} S \quad (S \text{ 为回路中有磁场的面积}) .$$



## 三、自感应

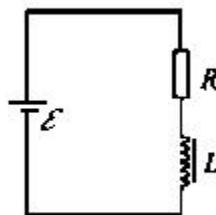
### 1、自感现象和自感系数

$$\psi = N\phi = LI$$

$$\varepsilon = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

### 2、自感磁能

$$W_e = \frac{1}{2} LI^2$$

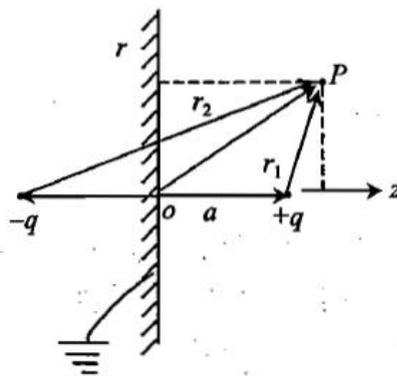


## 例题补充

1、如图所示，电荷量为  $q$  的点电荷，到一个无穷大导体平面的距离为  $a$ ，已知导体的电势为 0。

【专题一】：关于像电荷和电势分布

- (1) 求空间任一点的电势分布
- (2) 求导体表面上的感应电荷分布



【专题二】：关于场强和静电能情况

- (3) 求感应电荷对导体内部任意一点的产生的电场大小
- (4) 求整个系统的静电能
- (5) 试求从点电荷  $q$  出发平行于导体平板的电场线碰到导体表面的位置

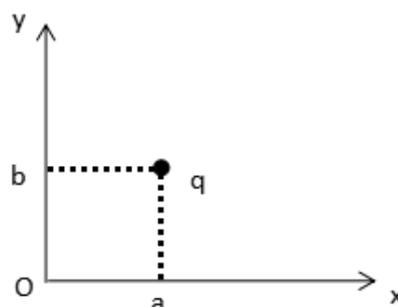
【专题三】：关于点电荷运动问题

- (6) 若释放  $q$ ，试求它运动到导体表面所用的时间（点电荷质量为  $m$ ，忽略重力）

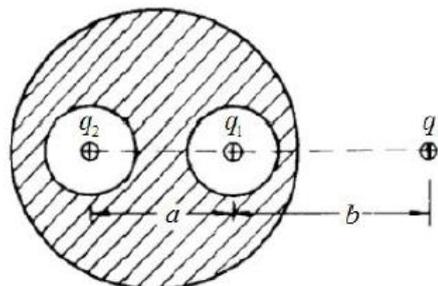
【专题四】：关于两块板成任意角的电势讨论

现在让两块无限大接地导体板构成一个任意角度的导体平面，其中放入一个电荷  $q$

- (7) 若两块板成直角，求空间中任意一点的电势  $U$
- (8) 若导体板若成任意角，能利用电像法求解吗？

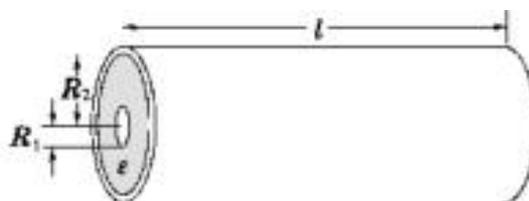


2、如图所示，一个不带电的金属球内有两个球形空腔，两空腔中心相距为  $a$ ，它们的连线通过球心。在两空腔中心各有一个点电荷，电荷量分别为  $q_1$  和  $q_2$ 。球外有一电荷量为  $q$  的点电荷，处在  $q_2$  到  $q_1$  的延长线上，到  $q_1$  的距离为  $b$ 。试求金属球上的电荷对  $q_2$  的静电力。



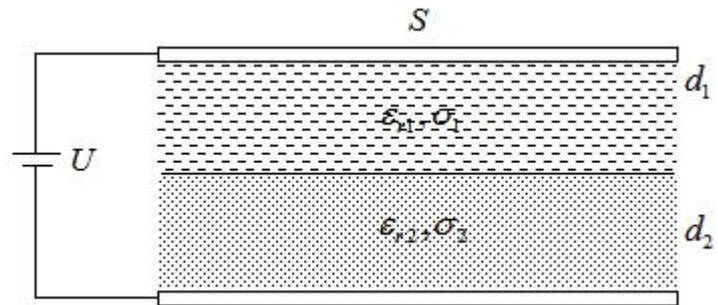
3、圆柱形电容器是由半径为  $R_1$  的导线和与它同轴的导体圆筒构成的，圆筒的内半径为  $R_2$ ，其间充满了相对介电常数为  $\epsilon$  的介质（见本题图）。设沿轴线单位长度上导线的电荷为  $\lambda$ ，圆筒的电荷为  $-\lambda$ ，略去边缘效应，求：

- (1) 两极的电势差  $U$ ；
- (2) 介质中的电场强度  $E$ ，电位移  $D$ ，极化强度  $P$ ；
- (3) 介质表面的极化电荷面密度  $\sigma_e'$ ；
- (4) 电容  $C$ 。（它是真空时电容  $C_0$  的多少倍？）

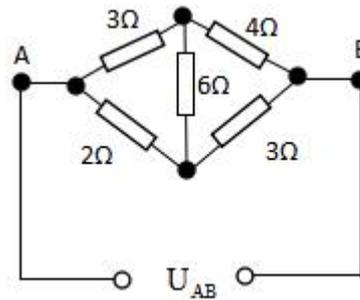


4、如图所示，一平行板电容器两极板的面积均为  $S$ ，两板间充满两层均匀介质，它们的厚度分别为  $d_1, d_2$ ，相对介电常数分别为  $\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}$ ，电导率分别为  $\sigma_1, \sigma_2$ ，当两极板的电势差为  $U$  时，略去边缘效应，试求：

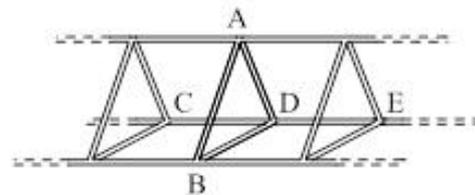
- (1) 两介质中的电场强度
- (2) 两介质交界面上的电荷面密度



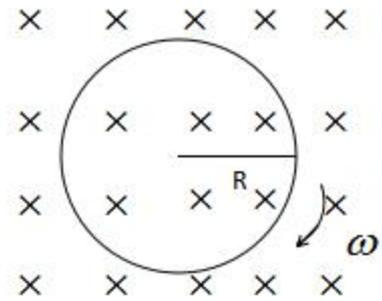
5、求图中五个电阻在 AB 间的有效电阻  $R$ 。



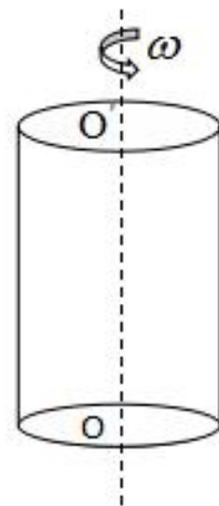
6、在如图所示的三维无限网络中，每两个节点之间的导体电阻均为  $R$ ，试求  $A, B$  两点间的等效电阻  $R_{AB}$ 。



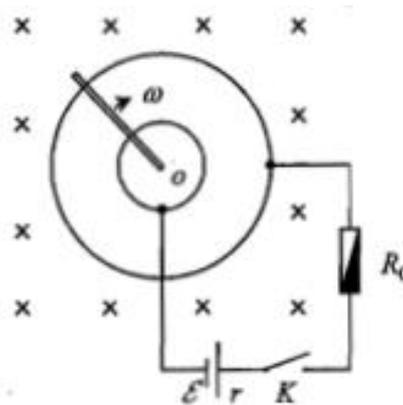
7、如图所示，一质量均匀分布的细圆环的半径为  $R$ ，质量为  $m$ ，令此圆环均匀带电，总电荷量为  $Q$ ，现将此环平放在绝缘的光滑水平桌面上，并处于磁感应强度为  $B$  的均匀恒磁场中，磁场方向竖直向下。当此环绕通过其中心的竖直轴以均匀角速度  $\omega$  沿图示方向旋转时，环中张力增加多少？



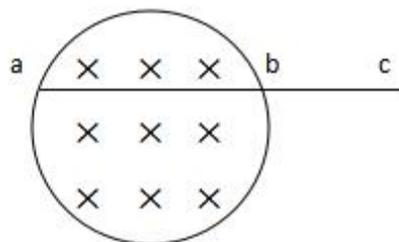
8、如图，一半径为  $R$  的无限长直非导体中空圆筒均匀带电，电荷面密度为  $\sigma$ ，若受到外力矩作用，圆筒从静止开始，以匀角加速度  $\beta$  绕轴  $OO'$  转动，试求  $t$  时刻圆筒内距转轴  $r$  处的  $B$  的大小。



9、在磁感应强度  $B=1$  特斯拉的匀强磁场中，放置两个同心共面的金属环，外环半径  $R_1 = 0.3$  米，内环半径  $R_2 = 0.1$  米。用导线把两个环与电源相连接，如图所示。已知电源电动势  $\mathcal{E} = 2$  伏，内阻  $r = 0.5$  欧，电路中串接的保险丝电阻  $R_0 = 0.3$  欧姆，它的熔断电流为 1 安培，一个金属棒沿半径方向放置在两圆环上，这个金属棒在两环间的电阻为  $R = 0.2$  欧姆。使该棒以某一角速度  $\omega$  沿顺时针方向绕圆环旋转，若其它电阻不计，问当  $K$  接通时，要使保险丝不被熔断，金属棒旋转的角速度应为多大？金属环电阻不计。



10、空间中存在半径为  $R$  的圆形磁场区域，磁场  $B(t)$  只存在于这个区域中，随时间逐渐变大，且方向沿纸面向里。一根长为  $2l$  的导体棒  $abc$  如图所示放置，其中  $ab = bc = l$ ，求导体棒  $abc$  中  $ac$  之间的电势差  $U_{ac}$ 。



11、如图所示，有一由匀质细导线弯成的半径为  $a$  的圆线圈和一内接等边三角形的电阻丝组成的电路（电路中各段的电阻见图）。在圆线圈平面内有垂直纸面向里的均匀磁场，磁感应强度  $B$  随时间  $t$  均匀减小，其变化率的大小为一已知常量  $k$ 。已知  $2r_1 = 3r_2$ ，试求图中  $AB$  两点的电势差  $U_A - U_B$ 。

