

生产计划管理最优生产计划

2014年7月21日

摘要

现代经济日益强化的竞争趋势和不断变化的用户需求要求生产者要重新估计生产制造策略，如更短的产品生产周期和更小的库存等，因而寻找出一个最佳的生产计划显得尤为重要。本文就是研究的这样一个车间作业调度问题（Job Shop Scheduling Problem, JSSP）。本文所研究的这个特定问题是在一定约束条件下求得一个生产计划，使得机器的总开工时间最小。它可以被证明是一个NP难问题。我们基于题中所给出的条件和一些实际的假设，建立出了此问题的数学模型，并且提出了两种解决方案。这两种解决方案都给出了具有接近最优解的生产计划。

我们提出的第一个解决方法基于对于这个特定问题的分析，通过对于给定数据的模糊分析，运用线性规划的方法，得出了一个简单易行的作业调度策略。通过应用这个策略，通过MATLAB编程，得到了一个较优的生产计划，并且算出了相应总开工时间。

我们提出的第二个解决方法，利用了模拟退火算法求解出大量的子问题的较优解，在通过搜索法求得总问题的较优解。同样，此方法也得出了较优的生产计划，并且算出了相应的总开工时间。

关键词：车间作业调度问题，模糊估计法，模拟退火算法

1 问题重述

一个工厂要想得到好的发展，就必须使完成任务的成效让客户满意，即尽快满足客户的需求；同时又能够降低自己的生产成本追求最大利润。这样就对生产管理提出了更高的要求。生产计划是生产管理中的核心工作，随着生产规模的扩大，设备增多，订单更多变，成本压力提高，客户对交货期的要求又越来越短……种种原因使得生产管理复杂度不断上升，导致现场往往顾此失彼，最终消耗更多资源，付出更多成本，却仍然不能满足客户的需求。因此生产计划就显得尤为重要，好的计划可以让生产有条不紊地进行，有利于提高资源利用率，降低生产成本。

生产计划的作用是多维度的，受到工序、物料、设备、库存等多方面的影响。现就主要方面做出如下说明：

1. 工序，生产调度的最小单位，在没有生产计划时，因为没有具体的工序开始、结束时间，生产调度是盲目的，同时也导致资源准备和资源配送的盲目性。这对想要实现精细化管理的企业来说无疑是难以接受的。
2. 设备，生产制造的主要载体，有些设备贵重，折旧费高昂，需要日夜工作提高其利用率，有些设备功能特殊，其它设备不可替代，也需要尽最大的能力工作才能确保生产任务。如果没有详细的生产作业计划，就无法预估资源的利用率和负荷，也无法让瓶颈设备发挥出最大的能力。
3. 库存，库存关乎资金的占用，是企业的负担，如何降低库存，一直是生产管理面对的难题。

现在某企业有三条生产线，分别编号为17#，19#，22#。相同的单位产品在三条生产线上的加工时间比为1 : 0.8 : 0.72，其中17#的加工时间最慢。企业于今年5月份接到一批订单，需要按要求完成生产，尽量要在下一周开始之前，将上周的产品加工完毕并发货。需要注意的是不同类型的产品加工时对物料有不同的要求，比如布线头、布料、胶水、齿轮等等。产品在生产线上换型（从加工一种产品转换到加工另一种产品）时。需要一定的时间。换型受到生产线机型、布线头、布料、胶水以及齿轮种类的影响。详细的换型时间详见附件1。另外，由于生产线会不间断地出现故障，需要进行维修，因而不同的生产线有着不同的使用率。经观测，17#、19#、22#机型的有效使用率分别为75%、70%以及85%。

其他的一些生产说明如下：

1. G0963555AF, 5G0963555AG, 5G0963557AF, 5G0963557AG这四个产品用同一齿轮，其余产品用另一种齿轮。当齿轮换型时，需要花费2小时。
2. 以下型号间换型，不需要换型时间。
 - L0298538与L0298540
 - L0298539与L0298541
 - FC-05BD-105与FC-07CD-105
 - 5G0963557AE与5G0963557AD
 - 5G0963557AG与5G0963557AF
3. 胶水 1000486919 只能在17#机上用。

现要求暂不考虑物料采购以及库存因素，为该公司设计一个五月份的生产计划，使得三条生产线开工的总时间最少，并计算出该计划下每条生产线的生产时间。

2 问题分析

生产计划管理对于企业来说是发展公司的重要组成部分之一，生产计划管理通常要从以下几个方面综合考虑：

1. 减少工厂的开工时间，降低生产成本
2. 保证物料供应，避免耽误生产进程
3. 降低库存，节省开支
4. 确保在订单的交货期限前提交订单，保证客户的满意度

本题要求在确保按时交货的前提下最大程度地减少各生产线的总开工时间，因此，我们的目标是求出使得各条生产线总开工时间最短的生产计划。

此问题还应该满足一定的约束条件。方案首要满足的条件是当周的订单最迟要在下周开始前做完。同时，有些布匹由于特殊胶水的使用只能在一条特定的生产线上生产。

总开工时间主要由两部分组成：生产线上加工货物需要的时间和从处理上一批货物到下一批货物所需的换型时间。同时由于机器有故障与修复问题，还要将这种带来的附加时间计算入内。

问题的复杂性在于，三条不同的生产线有不同的加工速度和不同的有效生产率，并且对于相同的换型，其换型时间也是不同的。同时，即便对于同一条生产线，也会由于布料的不同线头的不同而有不同的换型时间，甚至对于19#和22#生产线，两种不同型号交接造成的换型时间还具有不对称性，即不同的换型方向也会造成换型时间的不同。所有这些数据特点将问题变得极为复杂，成为一个NP完全问题。为此，我们必须将问题做合理的假设和简化，并使用一些技巧来求得较优化的解，在合理接受的运算时间内得到一个足够满意的生产计划。

对于换型时间。基于对题目的以上理解，我们认为应首先对题中所给的数据进行预处理。通过附件中所给出的参数利用Matlab构建任意两个产品的换型时间矩阵 $TranT$ 。其中对于一些特殊的数据我们可以运用一些小技巧。比如对于只能交由17#的订单，令其他两种生产线的任何订单和这类订单的转换时间足够大以致于相当于无穷大；再比如需要换齿轮的时候换型时间要在相应表格数据的基础上再增加2小时；对于不需要换型时间的则在矩阵对应位置处记0。建立了这样一个矩阵之后，就相当于把布料、胶水、线头等不同条件全部抽象同一化，自此之后可以不再考虑这些复杂的变量而全部转化成转换不同产品需要的换型时间了。

对于生产时间，我们容易知道，生产时间由产品种类和生产份数连同生产线类型决定。

于是经过分析我们可以知道，总的开工时间由各条生产线的总生产时间和总换型时间之和决定：三条生产线的总生产时间跟生产线编号、产品种类和生产该种类的份数有关；三条生产线的总换型时间跟生产线编号和不同产品在生产线上的邻接顺序相关，不同的邻接顺序对应了换型矩阵中相应的换型时间。

将问题进行了适当的抽象概括之后，我们建立了如下两个模型：

1. 粗估分类，策略排序：
综合考虑换型矩阵和各生产线的加工时间有效生产效率，以各生产线的换型时间平均值为参考，线性规划后，参照曲线特点得出各订单的相对于三条生产线的分配去向，并给出一个排序，作为结果输出。该模型的特点是求解快速，且如果有订单的增添或删减可以快速及时地调整生产计划。
2. 模拟退火，海选取优：
以单周为单位，本周内所有订单为数据处理对象，利用矩阵 $TranT$ 以及其他已知参数建立模拟退火模型，从而得到第一周到第五周单周内工作计划的较优解。最后利用搜索法将各周的单周工作计划进行组合，最终选出所花费时间最少的解。

其他细节在模型假设和模型建立中再具体分析。

3 模型假设

1. 在五月初刚刚开始生产计划时，既没有4月份拖欠的订单，也没有出现4月份已经把五月份的部分订单完成的情况。
2. 在五月初每条生产线第一次生产产品时不需要进行换型，可以直接进行生产。
3. 每周必须尽最大的努力也要保证完成本周任务，不得出现拖欠现象。
4. 在当前周任务未完成之前，不进行下一周任务的生产；在下一周任务未完成之前，不进行再下一周的任务生产。

这个假设于实际情况合理。因为实际生产规划中还必须要考虑物料的采购与囤积的最优化以及成品库存的最少化，同时要兼顾由于订单的不断变化的特性带来的实际生产规划的快速合理调整的可能性。如果五周的任务相互杂糅不清，会使得使得问题复杂难以求解，而且会增大成品库存负担，并且带来订单的变更灵活性大大降低等困难。所以，每次优先考虑离期限最近的任务这种策略或者说是模型假设是合理的。

这个假设对于问题的化简和模型的构建也非常的有利。由于不需要考虑更复杂的周任务与周任务的杂糅情况，计算量无疑被是大大缩短了。模型也变得简单易读起来。

5. 把订单中同一个交货日期的同一种产品的生产任务作为一个整体，加工时不拆分。

这个假设也是于实际情况合理的。将任务拆开完成，往往会白白增加机器上的换型时间，不利于总开工时间的最小化。同时，在实际生产过程中，将订单的拆解必然带来子任务数目的增加，这样会凭空增加企业的管理成本，不利于工厂内的调度，也不利于产品的包装运输等等。

这个假设对于问题的简化和模型的构建的作用十分明显。将一个单独的订单任务打包大大减小了我们所求解的解空间的维度，对于快速找到一个可行的较优解十分重要。这样的假设相当于，通过人为的预处理，剔除掉了大量的无用解，减小了待求解空间的大小。

4 符号说明

符号说明如表1所示。

5 模型建立

5.1 模型的数学描述

我们在本小节中尝试将题目中实际的工序问题转换为数学问题。

本题的目标是找到一个生产计划 Φ ，使得最后的总生产时间 $Z(\Phi)$ 最小。

我们首先按照5月份的客户订单将其分成多个独立的任务，我们规定 $\varphi_{s,i}$ 表示第s周订单中加工第i号产品的任务。对于第s周而言，生产某种特定的第i号产品的加工任务数量为0，我们记为 $\varphi_{s,i} = 0$ 。我们记第s周中，排除掉 $\varphi_{s,i} = 0$ 之后的任务数量为 p_s 。则第s周的任务总和为 $\varphi_{s,\xi_1}, \varphi_{s,\xi_2}, \dots, \varphi_{s,\xi_{p_s}}$ 。

我们要求的生产计划 Φ 是所有任务 $\{\varphi\}$ 的一种排序，独立的任务 φ 有且仅有一次地出现在生产计划 Φ 中。

| | |
|---|---|
| \mathcal{N} | 产品类型的总和 |
| n | 总共的产品类型数目, $n = \text{sum of } \mathcal{N}$, 在本题中 $n = 61$ |
| i | 表示产品类型的下标 |
| $n_i (i = 1, 2, 3, \dots, 61)$ | 产品类型 (依据附录中所提供的订单表格中产品顺序对产品进行排序), $n_i \in \mathcal{N}$ |
| m | 5月份的周数, 在本题中 $m = 5$ |
| s | 周数的下标 ($s = 1, 2, \dots, 5$) |
| $M_l (l = 1, 2, 3)$ | 生产线编号, 分别表示17#, 19#, 22# 机器 |
| l | 生产线的下标 |
| $\varphi_{s,i}$ | 第s周订单中加工第i号产品的任务 |
| p_s | 第s周订单中的任务数量 |
| Φ | 所有可能的生产计划的生产计划 |
| $\Phi^{(e)}$ | 使目标函数最优的生产计划 |
| $\Phi_s^{(e)}$ | 使第s周局部最优的生产计划 |
| $\phi_\alpha^{(l)}$ | 整月排定生产计划时, 第l条生产线上, 第 α 个生产任务 |
| $\phi_{s\alpha}^{(l)}$ | 分周排定生产计划时, 第l条生产线上, 第s周时, 第 α 个生产任务 |
| q_l | 第l条生产线上的总任务数 |
| q_{ls} | 第l条生产线上, 第s周的总任务数 |
| f | 排定顺序的任务 ϕ 和未排定顺序任务 φ 的对应关系 |
| $g_{s,i}$ | 订单中第s周生产第i号产品的数量 |
| $\hat{t}_{i,l}$ | 在第l号生产线上生产单位第i号需要的单位时间 |
| $Z(\Phi)$ | 五月份三条生产线的总工作时间之和, 即目标函数 |
| $\tau(\varphi_{s_1,i}, \varphi_{s_2,j}, l)$ | 表示第l条生产线由 $\varphi_{s_1,i}$ 任务换型至 $\varphi_{s_2,j}$ 任务所需的时间 |
| $\text{tran}(i, j, l)$ | 表示第l条生产线由第i号产品换型至第j号产品所需的时间 |
| $\text{Tran}T$ | 由 $\text{tran}(i, j, l)$ 所构成的换型时间矩阵 |
| A_{is} | 第s周订单所要求生产的i型产品的数目 |
| B_{is} | 第s周三条生产线共产出的i型产品的数目 |
| Lim_s | 各生产线于第s周的工作时间上限, 其中, $\text{Lim}_1 = 4d, \text{Lim}_2 = \text{Lim}_3 = \text{Lim}_4 = 7d, \text{Lim}_5 = 6d$ |
| T_{sl} | 第l条生产线在第s周的工作时间, 包括生产和换型时间 |

表 1: 符号说明

生产计划可以表示成为如下形式

$$\begin{aligned}\Phi &= \begin{pmatrix} \Phi^{(1)} \\ \Phi^{(2)} \\ \Phi^{(3)} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \phi_1^{(1)} & \phi_2^{(1)} & \dots & \phi_\alpha^{(1)} & \dots & \phi_{q_1}^{(1)} \\ \phi_1^{(2)} & \phi_2^{(2)} & \dots & \phi_\alpha^{(2)} & \dots & \phi_{q_2}^{(2)} \\ \phi_1^{(3)} & \phi_2^{(3)} & \dots & \phi_\alpha^{(3)} & \dots & \phi_{q_3}^{(3)} \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (1)$$

其中 $\phi_\alpha^{(l)}$ 表示生产计划中在 l 号生产线上加工的第 α 个任务。

由我们的假设可知，我们可以把总的生产计划按照周数来划分为相对独立的周计划。

$$\begin{aligned}\Phi &= \begin{pmatrix} \Phi^{(1)} \\ \Phi^{(2)} \\ \Phi^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_1^{(1)} & \Phi_2^{(1)} & \dots & \Phi_s^{(1)} & \dots & \Phi_5^{(1)} \\ \Phi_1^{(2)} & \Phi_2^{(2)} & \dots & \Phi_s^{(2)} & \dots & \Phi_5^{(2)} \\ \Phi_1^{(3)} & \Phi_2^{(3)} & \dots & \Phi_s^{(3)} & \dots & \Phi_5^{(3)} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \phi_{11}^{(1)} & \phi_{12}^{(1)} & \dots & \phi_{1\alpha}^{(1)} & \dots & \phi_{1q_{11}}^{(1)} & \dots & \phi_{21}^{(1)} & \phi_{22}^{(1)} & \dots & \phi_{2\alpha}^{(1)} & \dots & \phi_{2q_{12}}^{(1)} \\ \phi_{11}^{(2)} & \phi_{12}^{(2)} & \dots & \phi_{1\alpha}^{(2)} & \dots & \phi_{1q_{21}}^{(2)} & \dots & \phi_{21}^{(2)} & \phi_{22}^{(2)} & \dots & \phi_{2\alpha}^{(2)} & \dots & \phi_{2q_{22}}^{(2)} \\ \phi_{11}^{(3)} & \phi_{12}^{(3)} & \dots & \phi_{1\alpha}^{(3)} & \dots & \phi_{1q_{31}}^{(3)} & \dots & \phi_{21}^{(3)} & \phi_{22}^{(3)} & \dots & \phi_{2\alpha}^{(3)} & \dots & \phi_{2q_{32}}^{(3)} \\ \dots & \phi_{51}^{(1)} & \phi_{52}^{(1)} & \dots & \phi_{5\alpha}^{(1)} & \dots & \phi_{5q_{15}}^{(1)} & \dots & \phi_{51}^{(2)} & \phi_{52}^{(2)} & \dots & \phi_{5\alpha}^{(2)} & \dots & \phi_{5q_{25}}^{(2)} \\ \dots & \phi_{51}^{(2)} & \phi_{52}^{(2)} & \dots & \phi_{5\alpha}^{(2)} & \dots & \phi_{5q_{25}}^{(2)} & \dots & \phi_{51}^{(3)} & \phi_{52}^{(3)} & \dots & \phi_{5\alpha}^{(3)} & \dots & \phi_{5q_{35}}^{(3)} \\ \dots & \phi_{51}^{(3)} & \phi_{52}^{(3)} & \dots & \phi_{5\alpha}^{(3)} & \dots & \phi_{5q_{35}}^{(3)} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (2)$$

其中 $\phi_{s\alpha}^{(l)}$ 表示生产计划中第 s 周中在 l 号生产线上加工的第 α 个产品的任务。

需要注意的是，尽管最终总计划由矩阵形式表述，但由于通常情况下 $q_1 \neq q_2 \neq q_3$ ，故不能将总生产计划作为矩阵处理，这样的表达形式仅仅是为了便于处理。

我们可以看到， Φ 集合 $\{\phi\}$ 与原始的任务集合 $\{\varphi\}$ 是一一对应的，可以说， Φ 是 $\{\varphi\}$ 的一个排列。于是我们定义一个对应关系 f ，使得

$$f(\phi_\alpha^{(l)}) = \text{对应的}\varphi_{s,i} \quad (3)$$

定义 $t(\varphi_{s,i}, l)$ 为将任务 $\varphi_{s,i}$ 放在第 l 号生产线上生产所需的时间。有

$$t(\varphi_{s,i}, l) = g_{s,i} \cdot \hat{t}_{i,l} \quad (4)$$

其中， $g_{s,i}$ 表示第 s 周订单中需要生产的 i 号产品的数量， $\hat{t}_{i,l}$ 表示在 l 号生产线上生产一个第 i 号产品的的时间。

定义 $\tau(\varphi_{s_1,i}, \varphi_{s_2,j}, l)$ 表示在 l 号生产线上，由任务 $\varphi_{s_1,i}$ 转换至任务 $\varphi_{s_2,j}$ 的换型时间。我们应该注意到， τ 的值其实只与 i, j 有关，有

$$\tau(\varphi_{s_1,i}, \varphi_{s_2,j}, l) = \text{tran}(i, j, l) \quad (5)$$

元素 tran 构成转换时间矩阵 $\text{Tran}T$ 。

由此，我们可以得出目标函数的表达形式

$$Z(\Phi) = \sum_{l=1}^3 \left[\sum_{\alpha=1}^{q_l} t(f(\phi_\alpha^{(l)}), l) + \sum_{\alpha=1}^{q_l-1} \tau(f(\phi_\alpha^{(l)}), l), f(\phi_{\alpha+1}^{(l)}), l), l \right] / \eta \quad (6)$$

以上便是我们所建立的最优化数学模型中的目标函数。

下面考虑我们解题过程中所需要的限制条件。

由于假设中提到每周首先完成本周的订单，因而每周的生产计划必须满足一个限制条件，至交货日期前，需要有足够数量的产品被生产。数学表达式如下

$$\sum_{i=1}^s B_{ni} = \sum_{i=1}^s \sum_{l=1}^3 \sum_{\alpha=1}^{q_i} \phi_{i\alpha}^{(l)} \geq \sum_{i=1}^s A_{ni} \quad (7)$$

其中 A_{ns} , B_{ns} 分别表示第 s 周订单所要求生产的 i 型产品的数目和第 s 周三条生产线共产出的 i 型产品的数目。

另外，由于每周生产线的工作时间有上限，各生产计划满足另一条件，即

$$\left(\sum_{\alpha=1}^{q_i} t(f(\phi_{\alpha}^{(l)}), l) + \sum_{\alpha=1}^{q_i-1} \tau(f(\phi_{\alpha}^{(l)}), l), f(\phi_{\alpha+1}^{(l)}), l) \right) / \eta_l \leq Lim_s \quad (8)$$

考虑到题目中还有一个明显的限制条件，即仅在17#生产线上使用1000486919号胶水，因此21, 22号产品（即2387078和2387081，有关产品的编号参见5.2.2节）仅能够在17#生产线上生产，数学表达式为

$$f^{-1}(\varphi_{s,i}) = \phi_{s\alpha}^{(1)} (i = 21, 22) \quad (9)$$

由此我们可以建立该问题的数学模型：

$$\begin{aligned} & \text{find a } \Phi^{(e)}, \text{ s.t. } Z(\Phi^{(e)}) \rightarrow \min Z(\Phi) \\ & \text{where } Z(\Phi) = \sum_{l=1}^3 [\sum_{\alpha=1}^{q_i} t(f(\phi_{\alpha}^{(l)}), l) + \sum_{\alpha=1}^{q_i-1} \tau(f(\phi_{\alpha}^{(l)}), l), f(\phi_{\alpha+1}^{(l)}), l)] / \eta_l \\ & \text{subject to} \\ & \begin{cases} \sum_{i=1}^s B_{ni} = \sum_{i=1}^s \sum_{l=1}^3 \sum_{\alpha=1}^{q_i} \phi_{i\alpha}^{(l)} \geq \sum_{i=1}^s A_{ni} \\ \left(\sum_{\alpha=1}^{q_i} t(f(\phi_{\alpha}^{(l)}), l) + \sum_{\alpha=1}^{q_i-1} \tau(f(\phi_{\alpha}^{(l)}), l), f(\phi_{\alpha+1}^{(l)}), l) \right) / \eta_l \leq Lim_s \\ f^{-1}(\varphi_{s,i}) = \phi_{s\alpha}^{(1)} \quad (i = 21, 22) \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

5.2 数据预处理

5.2.1 对数据疑点的处理

在本题所给的数据中存在几个存在疑点的地方。

首先，题目中仅给出了更换齿轮、布线头以及布料等物料所对应的转换时间而并未给出更换胶水所需的时间。通过实际情况推测，我们认为更换胶水不占用额外的时间，即是否更换胶水不对换型时间产生影响。

其次，在附件所提供的参数表格中，可以看到 n_{41} 号产品4G8963555AJ的单位生产时间为零，这一点显然不符合常理。但经过分析和查阅资料之后我们无法找到合适的单位生产时间进行替代，所以在建模过程中我们仍然采用了表格中所给的零单位生产时间。

另外，题中未给出生产单位产品所需时间的单位，我们首先假设单位为分钟，后发现若如此则每周均无法在规定时间内完成订单。因此最后确定附件所给表格中单位生产时间的单位为秒。

5.2.2 对产品的编号

不难发现附件中所提供的两个表格中，产品的排列并不相同。因此需要从中选择一个排序并为产品从1至61编号。我们选择的是产品参数表格中的产品排序，并将5月份订单表格中的排序也改为该排序，为后续的数据处理提供便利。具体编号如表2所示。

| | | | |
|----|----------------|----|-------------|
| 1 | CL0000781 | 32 | 2778844 |
| 2 | CL0000782 | 33 | 6815251 |
| 3 | 1879076 | 34 | 6815290 |
| 4 | 1879081 | 35 | 6815291 |
| 5 | 1879865 | 36 | 2778817 |
| 6 | 1695798 | 37 | 1831993 |
| 7 | 1695799 | 38 | 1832001 |
| 8 | 2292615 | 39 | 2778814 |
| 9 | 2292616 | 40 | 1857913 |
| 10 | CJ54-14D696-AD | 41 | 4G8963555AJ |
| 11 | CJ54-14D698-AD | 42 | 4G8963557AP |
| 12 | CJ54-14D698-BD | 43 | 5G0963555AH |
| 13 | 2471970 | 44 | 5G0963555AJ |
| 14 | 2471974 | 45 | 5G0963555AF |
| 15 | L0315050 | 46 | 5G0963555AG |
| 16 | L0315051 | 47 | 5G0963555AL |
| 17 | L0298538 | 48 | 5G0963555AK |
| 18 | L0298539 | 49 | 5G0963555AM |
| 19 | L0298540 | 50 | 5G0963555AD |
| 20 | L0298541 | 51 | 5G0963555AE |
| 21 | 2387078 | 52 | 5G0963557AE |
| 22 | 2387081 | 53 | 5G0963557AF |
| 23 | FC-05BD-105 | 54 | 5G0963557AG |
| 24 | FC-07CD-105 | 55 | 5G0963557AD |
| 25 | FB-05BD-117 | 56 | 5G0963557AH |
| 26 | 30662580 | 57 | 5G0963557AJ |
| 27 | 2778840 | 58 | 5G0963557AK |
| 28 | 30727670 | 59 | 5G0963557AL |
| 29 | 6813953 | 60 | 5GG963555 |
| 30 | 6813954 | 61 | 5GG963557 |
| 31 | 6813955 | | |

表 2: 产品编号

5.2.3 不同产品间换型时间矩阵的建立

里目中给出了各产品对物料的需求、生产时间以及更换物料时换型时间的数据。对参数表进行预处理，可以得到任意两种产品间的换型时间 $\tau_{n_a n_b t}$ 。进一步可以得到分别对应三条生产线的61*61大小的不同产品间换型时间矩阵 $TranT_{61 \times 61 \times 3}$ ，换型时间矩阵 $TranT$ 的具体数值见附录B。

5.2.4 将订单用生产时间表示

由于附件中的订单仅给出了产品的需求数量，不利于问题的分析，故利用参数表中所给出的17#机器生产各产品的单位时间来对订单数据进行处理，用17#机器完成各订单所需要的时间来表示订单的具体情况。如图1所示，生产时间的单位为分钟。

其中，用浅绿色表示的是完成时间大于80分钟的订单，用黄色表示的订单其齿轮型号与其他订单不同，若与其他产品一起生产则需要两个小时更换齿轮的时间。在接下来的模型建立中将会利用这些信息。

5.3 模型一：粗估分类，策略排序

我们首先对给出的数据进行直观分析，在模糊估计的条件下运用线性规划和图论知识给出的求解模型。这种方法比较快，结果又比较接近最优解，故仍不失为一个很好的方法，下面对该模型进行详细的介绍。

对三条生产线的加工时间、换型时间、有效使用率的综合考量以后，我们发现22#生产线的生产效率相对最高。单比加工时间，在考虑到有效使用率的情况下，完成同样的订单三条生产线所花费的时间比为 $(1/75\%) : (0.8/70\%) : (0.72/85\%)$ ，也即 $1 : 0.86 : 0.64$ 。而对于换型时间来说，17#最短，19#最长。对换型时间矩阵进行观察，可以发现在不更换齿轮的情况下，17#、19#、22#三条生产线的换型时间分别集中于50分钟、100分钟与90分钟左右，为了简化前期数据处理的难度，在这里用这三个数据来表示三条生产线的换型时间，即模糊换型时长，而不再考虑不同产品之间换型时间不同。

以17#的加工时间为基准，可以得到其他两条生产线加工时间的信息。假定以17#生产某一订单的时间 t 为横坐标，以包含该产品的换型时间并考虑生产线有效利用率的生产线总工作时间 T 为纵坐标。不同的生产线将会在坐标图上做出不同的一次曲线，其中，各生产线上的转型时间选取了所有转型时间的中间值（即50分钟，100分钟和90分钟）。横纵坐标的单位均为分钟。可以得出，17#生产线得到的一次曲线为 $T = (t+50)/0.75$ ，19#生产线得到的一次曲线为 $T = (0.8t+100)/0.7$ ，22#生产线得到的一次曲线为 $y = (0.72t+90)/0.85$ ，如图2所示。

从图2可以看出：

1. 当订单在17#上生产所需时间低于80分钟时，在17#上生产效率较高；当订单在17#上生产所需时间高于80分钟时，在22#的生产效率较高。
2. 当订单在17#上生产所需时间高于408分钟时，19#的生产效率高于17#；当订单生产时间低于408分钟时，19#的生产效率低于17#。
3. 19#生产效率，在任何情况上，都无法达到最高。

由此可以推测，22#适合做大份的订单，这样可充分利用它的加工快的特点又因为换型次数少而巧妙避免了它的缺点。对于17#生产线，它则适合做小份订单，这样可以体现出它在换型快上的优势出来。而19#生产线，并不具备什么自身优势，它使用的可能性最大在需要使用另一齿轮的订单上，以减轻其他生产线更换齿轮所带来的不必要的生产时间增加。同时，在安排生产计划的时候还需要考虑到5.1中所给出的限制条件。基于这样的前提，我们得出了一个大致的生产计划安排方向：

| 产品型号 | 第一周 | 第二周 | 第三周 | 第四周 | 第五周 |
|----------------|-----|------|------|------|------|
| CL0000781 | | | 227 | | |
| CL0000782 | | | 219 | | |
| 1879076 | | | 40 | | |
| 1879081 | | | 23 | | |
| 1879865 | | | 23 | | |
| 1695798 | | | | | 200 |
| 1695799 | | | | | 200 |
| 2292615 | 377 | 480 | 446 | 411 | 240 |
| 2292616 | 454 | 557 | 557 | 495 | 309 |
| CJ54-14D696-AD | 360 | 510 | 390 | 330 | 270 |
| CJ54-14D698-AD | 412 | 604 | 466 | 384 | 302 |
| CJ54-14D698-BD | 113 | 158 | 113 | 90 | 90 |
| 2471970 | | | 32 | 32 | 32 |
| 2471974 | | | 32 | | 32 |
| L0315050 | | | | | |
| L0315051 | | | | | |
| L0298538 | 79 | 79 | 63 | 126 | 79 |
| L0298539 | 67 | 67 | 53 | 107 | 67 |
| L0298540 | 79 | 79 | 63 | 126 | 79 |
| L0298541 | 67 | 67 | 53 | 107 | 67 |
| 2387078 | 64 | 97 | 97 | | 129 |
| 2387081 | 73 | 109 | 109 | | 109 |
| FC-05BD-105 | | 75 | 50 | | 75 |
| FC-07CD-105 | | 75 | 50 | | 75 |
| FB-05BD-117 | | 125 | 75 | | 100 |
| 30662580 | | 49 | 49 | 98 | |
| 2778840 | | 112 | 48 | 64 | |
| 30727670 | | | 90 | 90 | |
| 6813953 | | | | 120 | |
| 6813954 | | | | 60 | |
| 6813955 | | 100 | 25 | 75 | |
| 6815251 | | 55 | 28 | 28 | |
| 6815290 | | | 17 | 27 | |
| 6815291 | | | 60 | 59 | |
| 2778844 | | | 24 | | |
| 2778817 | 47 | 47 | | 70 | |
| 1831993 | | 83 | | 83 | |
| 1832001 | 83 | 83 | | 83 | 41 |
| 2778814 | 262 | 436 | | 349 | 233 |
| 1857913 | 447 | 1139 | | 854 | 610 |
| 4G8963555AJ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4G8963557AP | | 487 | 719 | 743 | 719 |
| 5G0963555AH | | | 318 | 402 | 169 |
| 5G0963555AJ | | 288 | 528 | | 144 |
| 5G0963555AP | | 1264 | 955 | 573 | 1161 |
| 5G0963555AG | | 553 | 364 | 616 | 503 |
| 5G0963555AL | | 422 | 448 | | 53 |
| 5G0963555AK | | 911 | 572 | 339 | |
| 5G0963555AM | | 475 | 375 | | 25 |
| 5G0963555AD | | 468 | 305 | 488 | 346 |
| 5G0963555AE | | 109 | | 1920 | 502 |
| 5G0963557AE | | 64 | 96 | | |
| 5G0963557AF | | 269 | 296 | 740 | 457 |
| 5G0963557AG | | | | | 242 |
| 5G0963557AD | | 640 | 976 | 96 | 1216 |
| 5G0963557AH | | 463 | 547 | | 547 |
| 5G0963557AJ | | 588 | 721 | 550 | |
| 5G0963557AK | | 174 | 547 | 448 | 473 |
| 5G0963557AL | | 390 | 450 | 840 | 600 |
| 5GG963555 | | 1296 | 1512 | 1584 | 1512 |
| 5GG963557 | | 512 | 598 | 626 | 598 |

图 1: 以17#生产线表示产品需求

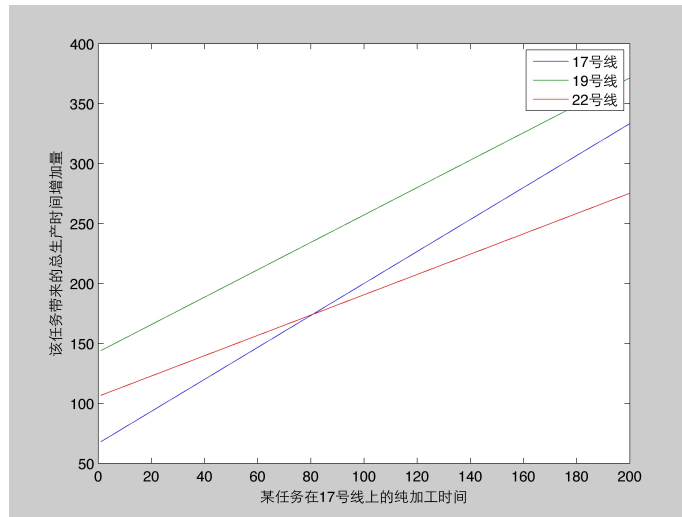


图 2: 三条生产线的效能比较

1. 对每周的订单任务进行分配。大订单优先分配给22#, 生产时间少于80分钟的小订单优先分配给17#。
2. 17#和22#生产线各自获得的订单价加上换型时长总共不能超过本周的时间长度, 如果超过, 则17#生产线优先拿时长长的订单给22#生产线或者22#优先拿时长短的订单给17#生产线, 直到时长不超过本周的时间长度为止。若两个生产线都溢出, 再考虑是否分配到19#生产线上。
3. 21、22号产品(胶水不同)排除在订单的分配规则之外, 直接交给17#处理。
4. 将制作45、46、53、54号产品(它们使用特殊的齿轮生产, 如果和其他产品一起生产会消耗大量换齿轮的时间)的任务交给19#生产。在另外两条生产线的生产任务所需时间不超过订单限制的情况下不给19#安排其他任务。

根据5.2中的数据预处理中所给出的生产时间表, 我们对每周的数据了进行一次粗略的估计, 即计算去掉需要更换齿轮产品的订单后其余订单所需的生产线总生产时间与17#和19#的当周工作时间上限比较。发现根本不会出现17#和22#全部排满任务以致于要用到19#生产线去换齿轮再进行生产的情况。另一方面, 观察5.2中的生产时间表可以发现每周所需生产时间小于80分钟的订单仅占一小部分, 而生产时间超过80分钟的订单由22#来处理较为便捷。易推知单周内22#机应当满负荷工作, 再将来不及处理的订单交给17#处理。

基于以上的分析讨论, 我们可以将上述的生产计划安排方向进一步简化如下:

1. 对每周的订单任务进行生产时间的大小排列, 22#按从大到小的顺序选择进行生产的订单。
2. 22#生产线获得的订单生产时间加换型时间总共不能超过本周的时间长度, 如果超过, 则22#停止选择订单, 将剩余订单全部交给17#处理。
3. 21、22号产品(胶水不同)排除在订单的分配规则之外, 直接交给17#处理。
4. 将制作45、46、53、54号产品(需要换齿轮)的任务交给19#生产。19#不生产其他订单。

另外，由于综合考虑下22#生产线的生产效率最高，生产用时最短，应当保证整个五月份内该生产线均处于工作状态。我们注意到若每周仅完成当周任务，则22#生产线必然会存在空闲的时段。这与我们的目标相悖，因此需要在算法中考虑如果充分利用每周22#生产线的空闲时间。

为了达到这一目标，可以对生产计划安排准则中的第一点与第二点稍微进行改动。即在每周的订单任务在分配至生产线时直接从上周的最后一笔订单完成后开始生产；生产线在前 s 周所承担的任务所需工作时间之和不能超过前 s 周的时间长度。

以上，我们便建立了一个简单的基于模糊估计来获得最优工作计划 $\Phi^{(e)}$ 的模型。

5.4 模型二：模拟退火法求解

此模型对问题的简化在于，将五周的任务清单分成五份，分别在五周的时间内单独进行，各周在本周时间内完成规定的任务。这样求解出大量的使得单周较优的工作计划 $\{\Phi_s^{(e)}\}$ 。再通过搜索法对单周较优的工作计划进行组合，在大量的整月工作计划总和中，找出一个使得总开工时间较小的解。这样的方法不仅相对简单，也能较好地接近最优解。

求解当周的最优化生产规划问题可以采用模拟退火法求解。其算法流程图如图3所示。

对流程图的一些补充说明见如下：

1. 流程图中，“随机对当前计划微调产生新计划”的具体实现方法是：任意抽取两份订单，交换它们在分配方案上的位置；或随机抽取一份订单，将其移动到某条生产线的最后。通过这两种调整方法，理论上可以将所有可能的生产计划遍历。其中第二种方法弥补了第一种方法造成的不能更改各生产线上分配的订单数的问题，同时使用第二种方法还可以消除由于初始计划方案中没有给某一生产线分配任务而导致最终整个调整过程都不参与生产的情况的出现。
2. 流程图中，使用的依据是：模拟退火法本身的思路就是产生的新计划如果优于旧计划，就舍弃旧计划采用新计划，新计划如果劣于旧计划，则以Metropolis准则接受新计划。通过这个方法使得它可以在寻求最优解的过程中可以找到真正的最优解而不是被局限在了一个极小值中从而得到了一个假的最优解。
3. 处于流程图最后的退火最终温度是作为退火过程的终止判断。当退火温度达到该值时，所得到的最后输出计划接近最优解。

在对五周的订单于各自周内使用模拟退火法得到每周的最优规划之后，将五周分别的较优解集合中的单周生产计划组合起来就可能找到当月的最优规划。我们对每周的订单进行100次模拟退火法处理得到100个方案（这100种结果中可能有相同的生产规划），100个方案里有些是最优的方案，有些方案则比较差，得到的当周总工时比其他方案的结果要大。最后，我们可以在每周的100种周生产规划中选取一种规划组合，使得在这种组合下5月份的总工时最短，这里要注意的是前一一周的尾产品和下一周的首产品拼接时还要加上一次相应的换型时间。

这时所得的月生产规划就是本模型求解得出的最优规划。相应的月总工时即为本月最短总工时。

6 模型求解和结果分析

6.1 模型一的求解与分析

根据5.3中所给出的算法，我们利用Matlab编写出模型一的程序（具体程序见附录）。程序运行结果如图4所示。

需要对该结果做出几点说明。

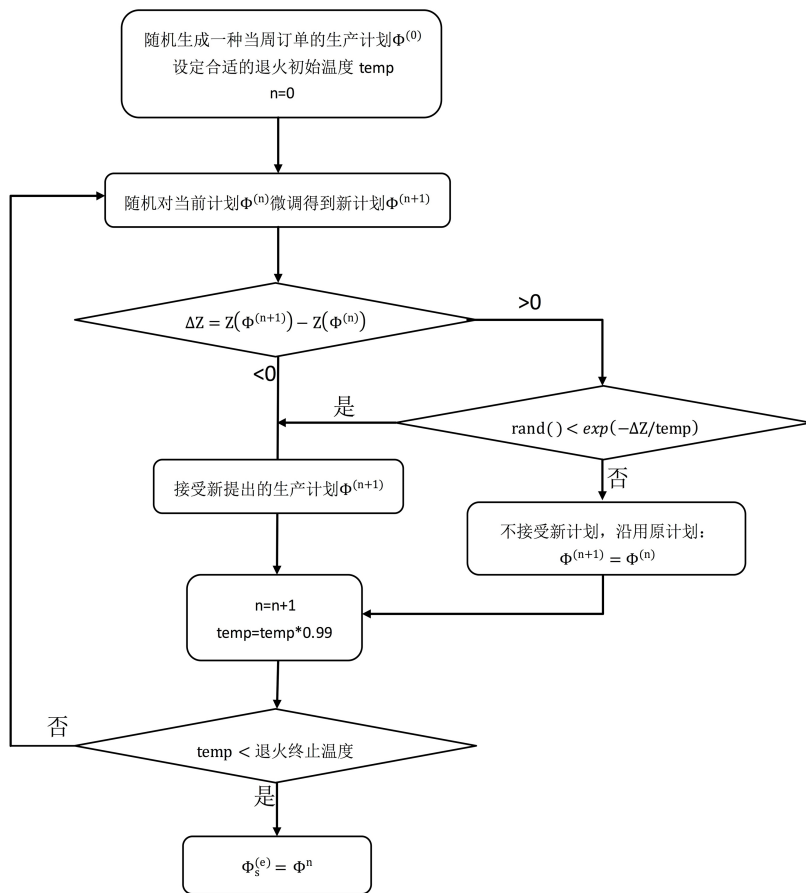


图 3: 模拟退火法算法流程图

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|--|--|--|--|
| 第一周 | 17# | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 36 | | | | | | | | | | | |
| | 19# | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 22# | 10 | 11 | 8 | 9 | 39 | 40 | 12 | 38 | | | | | | | | | | |
| 第二周 | 17# | 41 | 21 | 22 | 17 | 18 | 19 | 20 | 52 | 23 | 24 | 36 | 32 | 26 | | | | | |
| | 19# | 45 | 46 | 53 | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 22# | 10 | 11 | 55 | 8 | 9 | 48 | 57 | 40 | 60 | 61 | 39 | 56 | 42 | | | | | |
| 第三周 | 17# | 41 | 47 | 49 | 21 | 22 | 52 | 17 | 18 | 19 | 20 | 25 | 27 | 3 | | | | | |
| | 19# | 23 | 24 | 28 | 13 | 14 | 4 | 5 | 26 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | | | | | |
| | 22# | 45 | 46 | 53 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 第四周 | 17# | 55 | 10 | 57 | 9 | 8 | 11 | 60 | 61 | 42 | 56 | 58 | 48 | 59 | | | | | |
| | 19# | 1 | 2 | 43 | 50 | 44 | 12 | | | | | | | | | | | | |
| | 22# | 41 | 43 | 48 | 18 | 19 | 20 | 12 | 55 | 36 | 27 | 31 | 26 | 28 | | | | | |
| 第五周 | 17# | 29 | 13 | 37 | 38 | 33 | 30 | 32 | 34 | | | | | | | | | | |
| | 19# | 53 | 45 | 46 | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 22# | 51 | 10 | 60 | 61 | 8 | 9 | 57 | 42 | 59 | 11 | 39 | 40 | 50 | | | | | |
| 第五周 | 17# | 58 | 17 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 19# | 41 | 7 | 51 | 21 | 22 | 17 | 18 | 19 | 20 | 43 | 25 | 23 | 24 | | | | | |
| | 22# | 44 | 13 | 14 | 38 | 47 | 49 | | | | | | | | | | | | |
| 第五周 | 17# | 45 | 53 | 46 | 54 | | | | | | | | | | | | | | |
| | 19# | 45 | 53 | 46 | 54 | | | | | | | | | | | | | | |
| | 22# | 55 | 60 | 61 | 10 | 42 | 56 | 11 | 59 | 58 | 9 | 8 | 40 | 39 | | | | | |
| | | 50 | 6 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | |

图 4: 模型一获得的最优生产计划

1. 表格内17#、19#、22#分别表示三条生产线，不同的数字表示当周不同型号产品所对应的订单。
2. 每一条生产线根据表格的编号顺序生产订单。
3. 最后的运行结果是分周表示的，这只是为了区分在不同周数下具有相同产品编号的订单，以防产生误解。并不表示产品订单仅在其所在的周内生产。实际上，对于任意生产线，在上一周的生产任务完成之后就立即按表格顺序开始下一周的生产工作。

根据该生产计划，可以得到22#的总运行时间为 4.4618×10^4 分钟，而22#运行时间上限为 4.4640×10^4 分钟，两者相互比较，可以得到22#的使用率为 $\rho = 99.95\%$ ，较高，说明22#的产能得到了较为充分的利用，故该生产计划是一个较优的解。从程序运行结果可以得到总生产时间之和为 7.0479×10^4 分钟。

6.2 模型二的求解与分析

根据5.4中所提出的算法，我们同样利用Matlab编写了求解程序，具体程序详见附录。下面对程序运行的结果进行分析。

程序的第一阶段是对单周的订单利用退火法找出最优的单周生产计划，以下是运行过程中随着退火过程的进行所找到的单周生产计划对应的总工作时间 Z_s 的趋势。

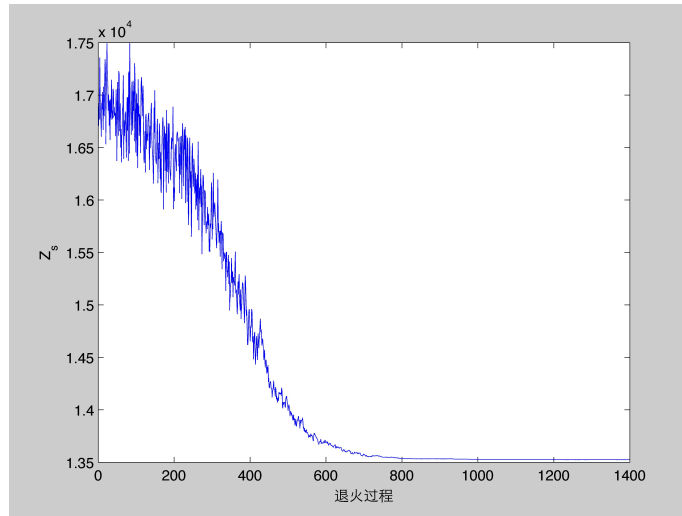


图 5: Z_s 随退火过程的变化

从图5中可以看到，在退火过程刚开始进行时 Z_s 的波动很剧烈且取值偏高，这种波动随着退火过程的进行而不断减弱，当退火过程进行到一定时间后 Z_s 趋于一个较小的值并逐渐稳定。

随后利用遍历法在退火过程中对每周选取了100个较优的工作计划，以下为第一周所选取的100个工作计划对应的工作时间 Z_1 分布。

从图6中可以看出这些工作计划的总工作时间 Z_1 的最小值全都落于一个点上，该点即为第一周单周生产线的最小工作时间。而100个工作计划中并非所有工作计划的总工作时间都对应这个最低点，这是由于退火法的运行过程中程序所找到可能的仅仅是解空间内对应于总工作时间的一个极值

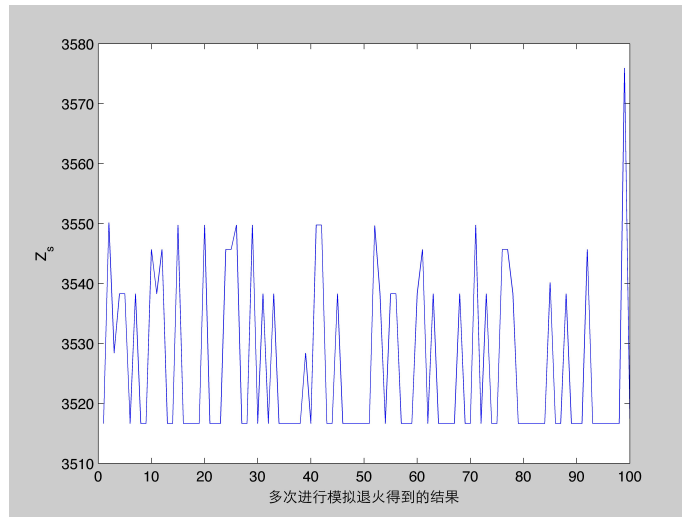


图 6: 单周工作计划总工作时间分布

点，而非整个解空间内总工作时间的最小值点。这一点是程序所无法避免的，但可以看到大多数工作计划均对应工作时间的最小值点，所以结果仍然是可信的。之后从此前得到的每周由100个工作计划组成的数据库随机选取工作计划并连线对应，计算总工作时间 Z ，得到如图7的总工作时间分布。

从中可以得到总工作时间之和 Z 最少的工作计划，即最优工作计划 $\Phi^{(e)}$ 。该工作计划详情如图8所示。

从中可以看到利用退火模型所得到的最优工作计划符合我们在模型一中所提出的几点生产计划的安排方向，因此说明我们在模型一中对最优工作计划的形式的猜测是合理的。该工作计划所得的总工作时间之和为 6.8575×10^4 分钟。

利用表格中数据可以计算出22#在五月份中的总工作时间为 4.2107×10^4 分钟，22#的使用率为 $\rho' = 94.33\%$ ，在生产过程中22#存在较多的闲置时间。因此我们可以对于模型二所得到的工作计划进行进一步优化，这一点在7.2中将有比较详尽的描述。

6.3 模型一与模型二的结果比较

从模型的搭建来看，模型一的搭建主要利用的是数据的预处理以及我们对于数据的直观分析，置信度较低；而模型二采用的是退火以及搜索算法，具有较高的置信度。从程序的运行结果上可以看出，模型二所得到的最优工作计划的总工作时间比模型一得到的要少一千多分钟，说明模型二所给出的解更为精确。然而另一方面，模型二相对模型一更复杂，程序运行所需的时间也更长，可见两种模型互有利弊。

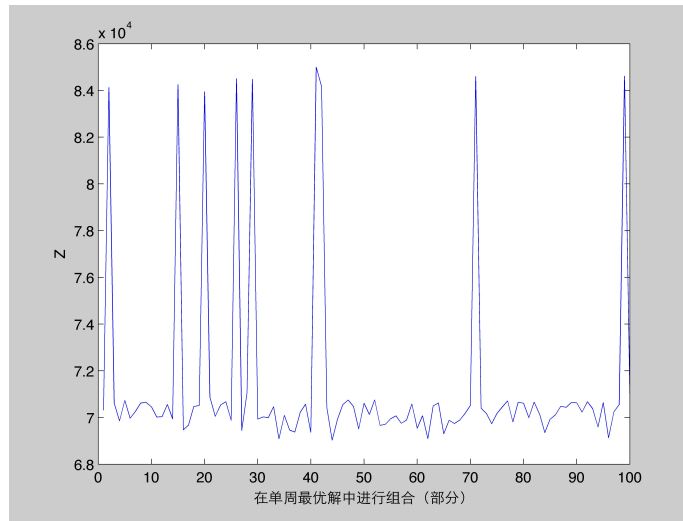


图 7: 5月份工作计划总工作时间分布

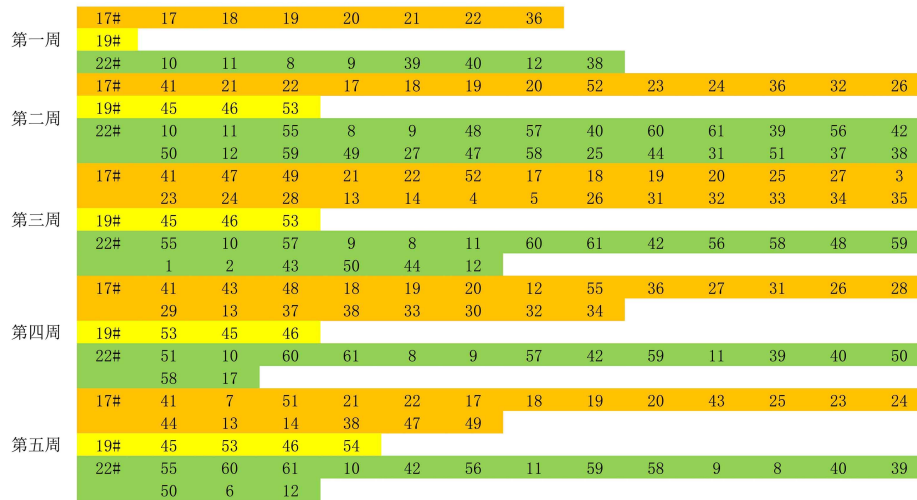


图 8: 模型二获得的最优生产计划

7 模型评价与改进

7.1 两种模型的优缺点评析

1. 数学模型一的优点是分配规则简单明了，而且可以充分利用上周的空余时间来进行下一周的生产计划，当有订单的临时增减时也能快速的修改生产计划又不对原计划有多少改动。但是很明显这样不是最优解而是一个粗糙的解。首先80分钟这个划分就比较粗糙，接下来的排序也只是用了一种简单排序而并未优化。当初建立模型一的想法就是使用一种简单的规则找到一个优化解。从结果上看它也是比较令人满意的。同时由于模型一非常粗糙，其实是有很大的改进空间的。
2. 数学模型二的优点是它找到的最短总工时相对比较接近理想最优规划对应的最短总工时。同时，模拟退火法也是一个为大家所公认的方法，用这种方法大家对模型和结果的可接受性也更高。但它也存在着缺陷。第一，每次模拟退火法的结果是一个在极小值附近的结果，而不是最小值。这点从对每周分别进行100次模拟退火得到的数据结果也可以看出，有相当一部分的数据结果并不是100组结果里的最低值，甚至还相差较大。第二，这种算法只用到了数据的预处理，其它的分析都没有，相当于是完全依靠计算机进行算法规则，算法的复杂性大大上升，并且在把五周的生产规划拼接成一周时，是每周的100组数据间相互拼接，再相互比较得出模型最优解。这种做法也是差强人意的。第三，由于规定让它每周必须且只须完成当周的订单，这使得每周都会有生产线最后空余不做，而下一周却不考虑充分利用上一周的时间，可能可以得到新的一种借用上周时间的调配方案来缩短最后的总工时。
3. 模型一和模型二都是把一周的订单一起考虑，只有做完了这一周的所有订单，才开始考虑下一周的订单，下一周的订单不做完，决不考虑下周的订单，这样做的好处是每次考虑的订单都不会很多，但是也很可能因为拒绝了非常多的生产计划的可能性而将丧失掉最优解。第二，两个模型都没有把一份订单的需求量做拆分，即相当于合并了很多数据而将其作为整体。这样做又再次简化了题目的数据量，但是也与实际上不是很吻合了。

7.2 模型的改进

1. 模型一的改进

每次将订单分成三组分别给三条生产线投入生产之时，我们可以用一些算法去改进分组后产品的加工排序。在分完组的订单中使用模拟退火法，程序也已经简短了很多，并且由于模型一是优先定完第一组数据（即第一周数据）的生产顺序的，所以在进行下一周的生产规划时是可以使用上一周的生产线空余时间的。

另外，如果不使用模拟退火法，也可以借鉴最小生成树法或求解最小哈密尔顿圈的方法，在其基础上做一定的改进以使用该问题的要求。同时在设计算法时也可以将拆分订单加以考虑。之后的题目有点点像神经网络问题了。

2. 模型二的改进

对模型二得到的结果分析后我们发现22#生产线在第一周结束作业后停工了好一段时间，其实每一周22#都有一点点时间剩余，基于此，我们希望能够利用起22#生产线停工的时间来继续做工，这样就得到了模型二的一种小的改进方案，也即是在所得结果的基础上进行一次微调再优化。具体做法是：让22#生产线不停工，每周做完原计划的任务后又开始做下一周的任务，最后到第五周22#生产线还有剩余时间，即将停工，此刻将原方案所得到的17#生产线第五周的任务以加工时间从大到小的规律依次抽取出来加在22#生产线的末尾让22#生产线继续

投入加工生产活动中，直至再增加一项任务后已经到了22#的工作时间超过其五月份工作时间内上限为止。

其实，模型二可以在原算法基础上直接突破每一周只能在本周时间最快内完成本周任务而不管后续任务的假设，在全局范围内使用模拟退火法。此法虽然会更复杂，但是理论上确实可以更加短的总加工时间。

3. 新模型的设想

允许在未加工完前一周任务的情况下现行加工后续周数的订单，但仍旧需要保证订单都不能延迟到规定截止时间之后；同时允许订单可以进行拆分。问题重新变得复杂起来，可以考虑使用蚁群算法和神经网络模型。由于问题属于NP完全问题，所以各种模型所用不同算法都只能得到近似解。

参考文献

- [1] 刘承平. 数学建模方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [2] 王书锋, 邹益仁. 车间作业调度 (JSSP) 技术问题简明综述 [J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(1):49-55.
- [3] 张守胜. 作业车间调度问题综述[J]. 科技广场, 2007, (6):80-84.
- [4] 陈华根, 吴健生, 王家林等. 模拟退火算法机理研究[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2004, 32(6):802-805.
- [5] Mokotoff E. Multi-objective simulated annealing for permutation flow shop problems[M]//Computational Intelligence in Flow Shop and Job Shop Scheduling. Springer Berlin Heidelberg, 2009: 101-150.

A 附录一：程序源代码

A.1 预处理数据 (Prepare.m)

```
1 %预处理齿轮类型
2 Geer = zeros(61,1);
3 for i=1:61
4     if (strcmpi(Type(i),' 5G0963555AF' ) ||
5         strcmpi(Type(i),' 5G0963555AG' ) ||
6         strcmpi(Type(i),' 5G0963557AF' ) ||
7         strcmpi(Type(i),' 5G0963557AG' ))
8         Geer(i) = 1;
9     end
10 end
11 %总转换时间 (单位: min)
12 TranT1 = zeros(61,61); %17#
13 TranT2 = zeros(61,61); %19#
```

```

14 TranT3 = zeros (61,61); %22#
15
16 for i=1:61
17     for j=1:61
18         x = 0;
19         y = 0;
20         geerTime = 0; %附加换齿轮时间
21         if (Geer(i) ~= Geer(j)) %如果齿轮不同
22             x = 3;
23             geerTime = 120;
24         end
25         if (~ strcmpi(Frb(i),Frb(j))) %如果布料不同
26             y = 3;
27         end
28         x = x + Thread(i) - 1; %计算转换时间矩阵的横坐标
29         y = y + Thread(j) - 1; %计算转换时间矩阵的纵坐标
30         TranT1(i,j) = TranTime1(x,y) + geerTime;
31         %计算17#上的转换时间
32         TranT2(i,j) = TranTime2(x,y) + geerTime;
33         %计算19# 上的转换时间
34         TranT3(i,j) = TranTime3(x,y) + geerTime;
35         %计算22#上的转换时间
36
37         %如果前后生成同一种产品
38         if (i == j)
39             TranT1(i,j) = 0;
40             TranT2(i,j) = 0;
41             TranT3(i,j) = 0;
42         end
43
44         %处理不需要转换时间的情形
45         if ( ( strcmpi(Type(i),' L0298538' ) &&
46             strcmpi(Type(j),' L0298540' ) ) ||
47             ( strcmpi(Type(j),' L0298538' ) &&
48             strcmpi(Type(i),' L0298540' ) ) ) )
49             TranT1(i,j) = 0;
50             TranT2(i,j) = 0;
51             TranT3(i,j) = 0;
52         end
53
54         if ( ( strcmpi(Type(i),' L0298539' ) &&
55             strcmpi(Type(j),' L0298541' ) ) ||
56             ( strcmpi(Type(j),' L0298539' ) &&
57             strcmpi(Type(i),' L0298541' ) ) ) )
58             TranT1(i,j) = 0;
59             TranT2(i,j) = 0;

```

```

60         TranT3(i, j) = 0;
61     end
62
63     if ( (strcmpi(Type(i),' FC-05BD-105' ) &&
64 strcmpi(Type(j),' FC-07CD-105' )) ||
65 (strcmpi(Type(j),' FC-05BD-105' ) &&
66 strcmpi(Type(i),' FC-07CD-105' )))
67         TranT1(i, j) = 0;
68         TranT2(i, j) = 0;
69         TranT3(i, j) = 0;
70     end
71
72     if ( (strcmpi(Type(i),' 5G0963557AE' ) &&
73 strcmpi(Type(j),' 5G0963557AD' )) ||
74 (strcmpi(Type(j),' 5G0963557AE' ) &&
75 strcmpi(Type(i),' 5G0963557AD' )))
76         TranT1(i, j) = 0;
77         TranT2(i, j) = 0;
78         TranT3(i, j) = 0;
79     end
80
81     if ( (strcmpi(Type(i),' 5G0963557AG' ) &&
82 strcmpi(Type(j),' 5G0963557AF' )) ||
83 (strcmpi(Type(j),' 5G0963557AG' ) &&
84 strcmpi(Type(i),' 5G0963557AF' )))
85         TranT1(i, j) = 0;
86         TranT2(i, j) = 0;
87         TranT3(i, j) = 0;
88     end
89
90     %处理胶水问题:1000486919 只能在17#机上用
91     if ( strcmpi(Gruel(i),' 1000486919' ) ||
92 strcmpi(Gruel(j),' 1000486919' ))
93         TranT2(i, j) = nan;
94         TranT3(i, j) = nan;
95     end
96 end
97 end
98
99 clear x y i j geerTime

```

A.2 模型一的主程序 (Modell.m)

```

1 global DingDan
2 global singleTime
3

```

```

4 plan = zeros(3,300);
5 %用于储存找到的整个月的生产计划
6 divPlan = zeros(3,60,5);
7 %用于储存找到的分周的生产计划
8 timeTill = zeros(3,1);
9 %用于记录三条生产线当前任务状态下的总耗时
10 newTimeTill = 0;
11 DingDanTmp = DingDan;
12 wk = 1;          %记录周数
13
14 while max(max(DingDanTmp)) ~= 0
15     while (max(DingDanTmp(:,wk))) ~= 0
16         %找到最大元素的编号
17         pos = find(DingDanTmp(:,wk) == max(DingDanTmp(:,wk)));
18         pos = pos(1);
19         %如果是特殊齿轮, 则必须放在19号生产线上生产
20         if (xGeer(pos) == 1)
21             [ isDone, timeTill, plan, DingDanTmp, divPlan ] = insert(
22                 2, timeTill, plan, DingDanTmp, pos, wk, divPlan );
23             if isDone
24                 continue;
25             end
26         end
27         %如果是特殊胶水, 则必须放在17号生产线上生产
28         if strcmpi(xGruel(pos),'1000486919')
29             [ isDone, timeTill, plan, DingDanTmp, divPlan ] = insert(
30                 1, timeTill, plan, DingDanTmp, pos, wk, divPlan );
31             if isDone
32                 continue;
33             end
34         end
35         %如果任务量超过临界值, 考虑放在22号生产线上生产
36         if DingDanTmp(pos,wk)*singleTime(pos,1)/60 > 80
37             [ isDone, timeTill, plan, DingDanTmp, divPlan ] = insert(
38                 3, timeTill, plan, DingDanTmp, pos, wk, divPlan );
39             if isDone
40                 continue;
41             end
42         end
43         %如果任务小于临界值或者22生产线被挤满, 则放在17号生产线上生产
44         [ isDone, timeTill, plan, DingDanTmp, divPlan ] = insert( 1,
45             timeTill, plan, DingDanTmp, pos, wk, divPlan );
46         if isDone
47             continue;
48         end
49     end
50 end

```

```

46         disp(' warning!' );
47     end
48     wk = wk + 1;
49 end

```

A.3 模型一中用到的函数 (insert.m)

```

1 function [ isDone, timeTill, plan, DingDanTmp, divPlan ] = insert(
2     machine, timeTill, plan, DingDanTmp, pos, wk, divPlan )
3 %将生产pos号产品的任务放加入machine号生产线生产序列
4     global DingDan;
5     global singleTime;
6     global TranT;
7
8     eta = [0.75 0.7 0.85];
9     timeDue = [4, 11, 18, 25, 31];
10    timeDue = timeDue * 24 * 60;
11
12    %判断是否放在了此生产线上
13    isDone = 0;
14
15    %找到末尾元素
16    p = find(plan(machine,:) == 0);
17    p = p(1);
18
19    if p ~= 1
20        addTime = (DingDan(pos, wk)*singleTime(pos, machine)/60 +
21            TranT(plan(machine, p-1), pos, machine))/eta(machine);
22    end
23    if p == 1
24        addTime = DingDan(pos, wk)*singleTime(pos, machine)/60/eta(
25            machine);
26    end
27
28    if timeTill(machine) + addTime < timeDue(wk)
29        timeTill(machine) = timeTill(machine) + addTime;
30        isDone = 1;
31        plan(machine, p) = pos;
32        DingDanTmp(pos, wk) = 0;
33        pp = find(divPlan(machine, :, wk) == 0); pp = pp(1);
34        divPlan(machine, pp, wk) = pos;
35    end
36 end

```

A.4 模拟退火算法主程序 (SAA.m)

```

1 global DingDan;
2
3 time = zeros(5,1600);           %记录每一周，每个退火温度下的总时间
4 bestPlan = zeros(3,60,5);
5 minTime = 3e8*ones(5,1);       %记录最小时间
6
7 for p = 1:5
8     disp(p);
9     index = find(DingDan(:,p) > 0); %所做的产品编号
10    n = sum(DingDan(:,p) > 0);     %任务个数
11    temperature = 100*n;          %初始退火温度
12    iter = 100;                  %内部蒙特卡罗循环迭代次数
13
14    while 1
15        plan = zeros(3,60);       %储存工序计划序列
16        indexP = ones(3,1);       %储存plan中第一个零元素的下标
17        for i=transpose(index)
18            s = unidrnd(3);
19            plan(s, indexP(s)) = i; %随机生成工序计划序列
20            indexP(s) = indexP(s) + 1;
21        end
22        if (isOk(plan,p))         %生成的计划符合约束才行
23            break;
24        end
25    end
26
27    l = 1;
28    while temperature > 0.001     %停止迭代温度
29
30        for i = 1:iter
31            %多次迭代扰动，一种蒙特卡洛方法，温度降低之前多次实验
32            t1 = calTime(plan,p);   %计算原计划的总时间
33            tmp_plan = perturb(plan, index, p); %产生随机扰动
34            t2 = calTime(tmp_plan,p); %计算新的计划总时间
35
36            deltaT = t2-t1;         %计算总时间差
37            if deltaT < 0
38                plan = tmp_plan;
39                %新计划好于旧计划，用新计划代替旧计划
40            else
41                if exp(-deltaT/temperature) > rand()
42                    %以一定概率选择是否接受新解
43                    plan = tmp_plan; %接受较差的解
44                end
45            end
46        end

```



```

47
48     time(p,l) = calTime(plan,p);           %计算新的总时间
49     if time(p,l) < minTime(p)             %更新最佳计划
50         minTime(p) = time(p,l);
51         bestPlan(:, :, p) = plan;
52     end
53
54     temperature = temperature * 0.99;     %温度不断下降
55     l = l + 1;
56
57     end
58
59 end
60
61 clear index task n temperature iter p i ans s t1 t2 plan tmp_plan
62     l deltaT indexP
63 clc

```

A.5 多次调用模拟退火算法 (multiSAA.m)

```

1  bestPlanPot = zeros(3,60,5,100);
2  %储存模拟退火算法求得的最优解的仓库
3  bestbestPlan = zeros(3,60,5);
4  %总体的最优解
5  minminTime = 3e8;
6  %总体最优解对应的时间
7  for bigIndex = 1:100
8      SAA;                                     %多次调用模拟退火算法
9      bestPlanPot(:, :, :, bigIndex) = bestPlan;
10     %将模拟退火算法得到的最优解储存至最优解仓库中
11 end
12
13 newPlan = zeros(3,60,5);
14 for x1 = 1:100
15     for x2 = 1:100
16         for x3 = 1:100
17             for x4 = 1:100
18                 for x5 = 1:100
19                     newPlan(:, :, 1) = bestPlanPot(:, :, 1, x1);
20                     newPlan(:, :, 2) = bestPlanPot(:, :, 2, x2);
21                     newPlan(:, :, 3) = bestPlanPot(:, :, 3, x3);
22                     newPlan(:, :, 4) = bestPlanPot(:, :, 4, x4);
23                     newPlan(:, :, 5) = bestPlanPot(:, :, 5, x5);
24                     %从仓库中组合出可能的最优解
25                     time = calTotalTime(newPlan);
26                     %计算找出的解对应的工作时间的总和

```

```

27         if (time < minminTime)
28             minmintime = time;
29             bestbestPlan = newPlan;
30         end
31         %如果结果比之前的结果更优，则替换最优解
32     end
33 end
34 end
35 end
36 end
37
38 clear x1 x2 x3 x4 x5 newPlan time bigIndex

```

A.6 计算单周工作时间 (calTime.m)

```

1 function time = calTime( plan, wk )
2 %计算在给定plan计划下，第wk周时，的机器总工作时间
3
4     global DingDan;
5     %订单数据
6     global singleTime;
7     %各个机器单独完成某产品所需时间的数据
8     global TranT;
9     %预处理得到的转换时间的数据
10    eta = [0.75 0.7 0.85];
11    %机器的使用率
12
13    time = 0;
14
15    for p = 1:3           %3台机器
16        tmp = 0;
17        for i = 1:60     %遍历计划
18            if plan(p, i) == 0
19                break;
20            end
21            tmp = tmp + DingDan(plan(p, i), wk)*singleTime(plan(p, i)
22                , p)/60;
23            %机器的生产时间
24            if i > 1
25                tmp = tmp + TranT(plan(p, i-1), plan(p, i), p);
26                %机器的转换时间
27            end
28        end
29        tmp = tmp / eta(p);
30        %除以机器的使用率，以得到机器的总使用时间
31        time = time + tmp;

```

```

31     end
32
33 end

```

A.7 产生新解 (perturb.m)

```

1 function planNew = perturb( plan, index, wk )
2     while 1
3         planNew = plan;
4         s = unidrnd(3);
5         task1 = index(unidrnd(length(index)));
6         task2 = index(unidrnd(length(index)));
7         [x1,y1] = find(plan == task1);
8         [x2,y2] = find(plan == task2);
9         switch s
10            case 1          %交换两个任务
11                planNew(x1,y1) = plan(x2,y2);
12                planNew(x2,y2) = plan(x1,y1);
13
14            case 2          %把task1加到task2后面
15                if (x1 ~= x2)
16                    planNew(x2,y2+1:end) = [task1, plan(x2,y2+1:end-1)];
17                    planNew(x1,y1:end) = [plan(x1,y1+1:end), 0];
18                else
19                    if (y1 < y2)
20                        planNew(x1,y2+1:end) = [task1, plan(x1,y2+1:end-1)];
21                        planNew(x1,y1:end) = [planNew(x1,y1+1:end), 0];
22                    elseif (y1 > y2)
23                        planNew(x1,y2+1:end) = [task1, plan(x1,y2+1:end-1)];
24                        planNew(x1,y1+1:end) = [planNew(x1,y1+2:end), 0];
25                    end
26                end
27            case 3          %把task1加到某一列的末尾
28                x2 = unidrnd(3);
29                planNew(x1,y1:end) = [plan(x1,y1+1:end), 0];
30                pos = find(planNew(x2,:) == 0);
31                planNew(x2,pos(1)) = task1;
32        end
33        if (isOk(planNew, wk))
34            return;
35        end

```

```

36         %直到找到的新解满足约束条件
37     end
38 end

```

A.8 判断计划是否满足约束 (isOk.m)

```

1 function bool = isOk( plan, wk )
2 %给定一个计划plan, 在第wk周时, 判断它是否满足约束条件
3     WEEKTIME = [5760, 10080, 10080, 10080, 8640];
4     %每一周的分钟数
5
6     global DingDan;
7     global singleTime;
8     global TranT;
9     eta = [0.75 0.7 0.85];
10    %同前
11
12    for p = 3:-1:1          %台机器3
13        tmp = 0;
14        for i = 1:60      %遍历计划
15            if plan(p, i) == 0
16                break;
17            end
18            tmp = tmp + DingDan(plan(p, i), wk)*singleTime(plan(p, i)
19                , p)/60;
20            if i > 1
21                tmp = tmp + TranT(plan(p, i-1), plan(p, i), p);
22            end
23            tmp = tmp / eta(p);
24            if tmp > WEEKTIME(wk)
25                bool = 0;
26                return;
27            end
28            %如果某台机器上的开工时间大于那一周的总时间, 则判断不满足约束条件
29        end
30        bool = 1;
31        return;
32    end

```

A.9 对于一个整个月的计划, 计算总开工时间 (calTotalTime.m)

```

1 function time = calTotalTime( bestPlan )
2 %给定一个整个月的计划bestPlan, 计算总的开工时间
3     global DingDan;
4     global singleTime;

```

```

5   global TranT;
6   eta = [0.75 0.7 0.85];
7   %同前
8   time = 0;
9   last = 0;           %记录上一周某机器上最后一个加工产品的编号
10
11  for p = 1:3         %台机器3
12      tmp = 0;
13      for j = 1:5     %遍历个星期5
14          for i = 1:60 %遍历计划
15              if bestPlan(p, i, j) == 0
16                  if i > 1
17                      last = bestPlan(p, i-1, j);
18                  end
19                  break;
20              end
21              tmp = tmp + DingDan(bestPlan(p, i, j), j)*singleTime(
                bestPlan(p, i, j), p)/60;
22              if i > 1
23                  tmp = tmp + TranT(bestPlan(p, i-1, j), bestPlan(p
                    , i, j), p);
24              elseif (j>1) && (last ~= 0)
25                  tmp = tmp + TranT(last, bestPlan(p, i, j), p);
26              end
27          end
28      end
29      tmp = tmp / eta(p);
30      time = time + tmp;
31  end
32
33 end

```

B 附录二：原始数据

B.1 转换时间矩阵

第一台机器上的转换时间, $TranT(a, b, l) = \tau_{n_a n_b l}$ 表示在第 l 条生产线上, 由 n_a 产品换型至 n_b 产品所需的时间。

```

TranT(:, :, 1)
Columns 1 through 13
0 45 45 45 55 45 45 45 55 45 55 55 45 45 0 45 45 55 45 45 45 55 45 55 45 45 0 45 55 45 45 45 55 45 55 45 45
45 0 50 45 45 45 55 45 50 50 45 55 55 55 50 0 55 55 55 45 55 40 40 55 45 45 45 55 0 45 45 55 45 55 55 45 45 45 55 45
0 45 55 45 55 55 45 45 45 45 55 45 45 0 55 45 55 55 45 55 55 55 45 55 55 55 0 55 45 45 55 45 45 45 55 45 45 55 0
55 55 45 55 55 55 50 40 55 55 55 45 55 0 40 55 55 55 55 50 40 55 55 55 45 55 40 0 55 45 45 45 55 45 45 55 45 55 55 0 45
45 45 45 55 45 45 45 55 45 55 55 45 45 45 45 45 55 45 45 45 45 45 45 55 45 45 45 45 55 45 55 45 55 55 45 55 55 55
55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55
55 55 55 55 55 55 45 45 45 45 55 45 45 45 55 45 55 55 45 45 45 45 55 45 45 45 55 45 45 55 45 55 55 45 55 55 55 55
55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 50 50 55 55 55 55 55 50 50 55
55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55
50 50 55 55 55 55 55 55 50 50 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55
55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55

```


B.2 找到的最优解

B.2.1 粗略估计法找到的最优解

$$Z(\Phi^{(e)}) = 7.0479E + 04(\min)$$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 36 | 0 | | | | | | | | | | | | | | |
| $bestPlan(:, :, 1) =$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | |
| | 10 | 11 | 8 | 9 | 39 | 40 | 12 | 38 | | | | | | | | | | | | | | |
| | 41 | 21 | 22 | 17 | 18 | 19 | 20 | 52 | 23 | 24 | 36 | 32 | 26 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $bestPlan(:, :, 2) =$ | 45 | 46 | 53 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 10 | 11 | 55 | 8 | 9 | 48 | 57 | 40 | 60 | 61 | 39 | 56 | 42 | 50 | 12 | 59 | 49 | 27 | 47 | 58 | 25 | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 44 | 31 | 51 | 37 | 38 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 41 | 47 | 49 | 21 | 22 | 52 | 17 | 18 | 19 | 20 | 25 | 27 | 3 | 23 | 24 | 28 | 13 | 14 | 4 | 5 | 26 | |
| $bestPlan(:, :, 3) =$ | 45 | 46 | 53 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 55 | 10 | 57 | 9 | 8 | 11 | 60 | 61 | 42 | 56 | 58 | 48 | 59 | 1 | 2 | 43 | 50 | 44 | 12 | 0 | 0 | |
| | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 41 | 43 | 48 | 18 | 19 | 20 | 12 | 55 | 36 | 27 | 31 | 26 | 28 | 29 | 13 | 37 | 38 | 33 | 30 | 32 | 34 | |
| $bestPlan(:, :, 4) =$ | 53 | 45 | 46 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 51 | 10 | 60 | 61 | 8 | 9 | 57 | 42 | 59 | 11 | 39 | 40 | 50 | 58 | 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 41 | 7 | 51 | 21 | 22 | 17 | 18 | 19 | 20 | 43 | 25 | 23 | 24 | 44 | 13 | 14 | 38 | 47 | 49 | | | |
| $bestPlan(:, :, 5) =$ | 45 | 53 | 46 | 54 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | |
| | 55 | 60 | 61 | 10 | 42 | 56 | 11 | 59 | 58 | 9 | 8 | 40 | 39 | 50 | 6 | 12 | 0 | 0 | 0 | | | |

B.2.2 模拟退火法找到的最优解

$$Z(\Phi^{(e)}) = 6.8575E + 04(\min)$$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|--|--|
| | 22 | 21 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | |
| $bestPlan(:, :, 1) =$ | 36 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | |
| | 20 | 18 | 39 | 19 | 17 | 38 | 40 | 11 | 12 | 9 | 8 | 10 | | | | | | | | | | | | |
| | 23 | 24 | 31 | 25 | 19 | 17 | 20 | 18 | 27 | 32 | 38 | 37 | 26 | 39 | 36 | 21 | 22 | 44 | 51 | 41 | 12 | | | |
| $bestPlan(:, :, 2) =$ | 46 | 53 | 45 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| | 57 | 55 | 52 | 56 | 58 | 48 | 59 | 50 | 47 | 49 | 40 | 60 | 11 | 42 | 10 | 61 | 8 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| | 31 | 18 | 20 | 33 | 19 | 17 | 23 | 24 | 25 | 27 | 34 | 35 | 32 | 26 | 28 | 5 | 12 | 41 | 4 | 3 | 22 | | | |
| $bestPlan(:, :, 3) =$ | 45 | 53 | 46 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| | 52 | 55 | 56 | 57 | 61 | 8 | 42 | 58 | 43 | 59 | 50 | 48 | 49 | 44 | 47 | 60 | 11 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| | 21 | 10 | 13 | 2 | 1 | 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 18 | 20 | 33 | 32 | 30 | 37 | 28 | 17 | 19 | 27 | 31 | 36 | 38 | 34 | 39 | 55 | 10 | 13 | 41 | 12 | | | | |
| $bestPlan(:, :, 4) =$ | 45 | 53 | 46 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| | 9 | 11 | 60 | 40 | 26 | 29 | 42 | 43 | 50 | 51 | 59 | 58 | 48 | 57 | 8 | 61 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| | 24 | 23 | 18 | 20 | 39 | 25 | 19 | 17 | 38 | 12 | 47 | 49 | 41 | 13 | 14 | 7 | 21 | 22 | 6 | | | | | |
| $bestPlan(:, :, 5) =$ | 45 | 54 | 53 | 46 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | |
| | 61 | 8 | 10 | 55 | 56 | 58 | 43 | 50 | 59 | 44 | 51 | 42 | 40 | 60 | 11 | 9 | 0 | 0 | 0 | | | | | |