

法拉第效应 实验报告

张楚珩 (121120173)

2015年5月31日

1 引言

1845年，英国科学家法拉第在探索电磁现象和光学现象之间的联系时，发现：当一束平面偏振光穿过介质时，如果在介质中沿光的方向加上一个磁场，就会观察到光经过样品后光的振动面转过一个角度（如图1所示），也就是磁场使介质有了旋光性，这种现象后来就称为法拉第效应。

法拉第效应有很多方面的应用，他可以作为物质结构研究的手段，比如根据结构不同的碳氢化合物其法拉第效应的不同表现来分析碳氢化合物；在半导体物理的研究中，他可以用来测量载流子的有效质量、迁移率和提供能带结构的信息；在激光技术中，利用法拉第效应的特性，制成了光波隔离、光频环形器、调制器等；在磁学测量方面，可以利用法拉第效应测量强脉冲磁场。

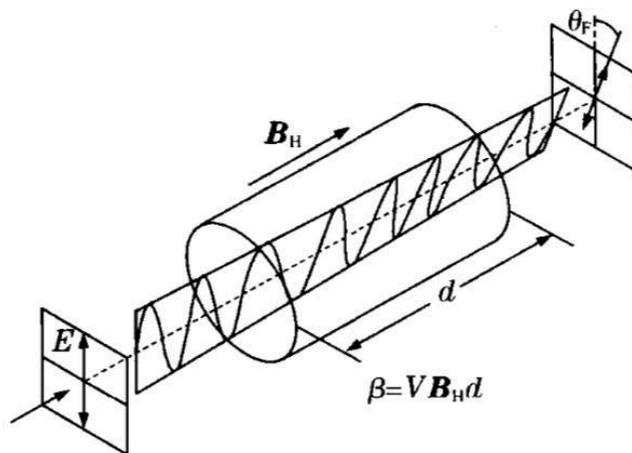


图 1: 法拉第效应

2 实验目的

1. 了解法拉第效应的经典理论
2. 初步掌握进行磁光测量的方法

3 实验原理

3.1 法拉第原理

实验表明，偏振面的磁致偏转可以这样定量描述：当磁场不是很强时，振动面旋转的角度 θ_F 与光波在介质中走过的路程 l 以及介质中的磁场强度在光的传播方向上的分量 B_H 成正比，这个规律又叫做法拉第-费尔德定律，即

$$\theta_F = VB_H l \quad (1)$$

比例系数 V 由物质和工作波长决定，表征着物质的磁光特性，这个系数称为费尔德常数，它与光频和温度有关系。几乎所有的物质（包括气体、液体和固体）都有法拉第效应，但一般都很不显著。不同物质的振动面旋转的方向可能不同。一般规定：旋转方向与产生磁场的螺线管中电流方向一致的叫做正旋（ $V > 0$ ），反之叫负旋（ $V < 0$ ）。

法拉第效应与自然旋光不同，在法拉第效应中，对于给定物质，偏振面对于实验室坐标的旋转方向，只由 B 的方向决定和光的传播方向无关，这个光学过程是不可逆的。光线往返一周，旋光角将倍增。而自然旋光则是可逆的，光线往返一周，积累旋光角为零。与自然旋光类似，法拉第效应也有色散（如图2所示）。含有三价稀土离子的玻璃，费尔德常数可以近似表示为

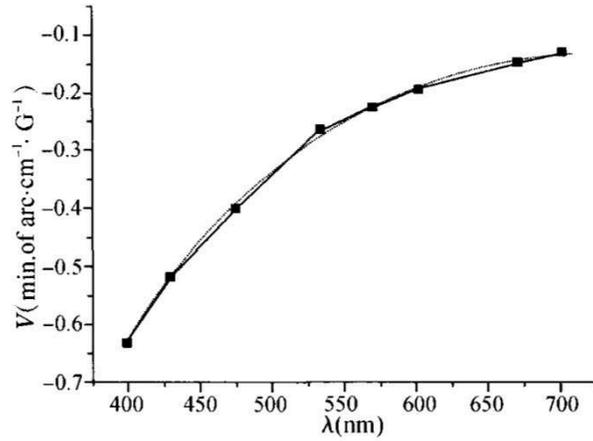
$$V = K(\lambda^2 - \lambda_t^2)^{-1} \quad (2)$$

这里 K 是透射光波长 λ_t 、有效的电偶极矩阵元、温度和浓度等物理量的函数，但是与入射波长 λ 无关。这种 V 值随波长而变的现象称为旋光色散。

图3给出若干种玻璃的费尔德常数的数值。做器件用的旋光材料，一般要求较高的 V 值、较低的 α 以及尽可能小的温度系数。

3.2 法拉第效应的经典理论

从光波在介质中传播的图像看，法拉第效应可以这样理解：一束平行于磁场方向传播的平面偏振光，可以看作是两束等振幅的左旋和右旋偏振光的叠加，左旋和右旋是相对于磁场方向而言的。介质中受原子核束缚的电子在入射光的两个旋转电矢量的作用下，做稳态的圆周运动。在于电子轨道平面相垂直的方向上加一个磁场 B ，则在电子上将引起径向力 F_M （即洛伦兹力），力的方向决定于光的旋转方向和磁场方向。因此，电子所受到的总径向力（ F_M 加上束缚力）可以有两个不同的取值。轨道半径也可以有两个不同的取值。结果，对一个给定的磁场，就会有两个电偶极矩，两个电极化率。这样，磁场的作

图 2: 室温下铈 Ce^{+3} 玻璃的旋光色散曲线

玻璃	波长 $\lambda(\mu\text{m})$	温度 $T(\text{K})$	费尔得常数 $V(\text{min. of arc} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{T}^{-1})$	吸收系数 $\alpha(\text{cm}^{-1})$
特重铅玻璃 Schott SFS-6	0.7	300	7.1×10^3	0.01
	1.0	300	3.2×10^2	0.006
特重铅玻璃 Schott SF-6	0.633	300	5.3×10^2	<0.01
铈磷酸盐玻璃 $Ce^{+3}-P$	0.5	300	-0.326×10^4	
		24	-2.57×10^4	
	0.7	300	-0.132×10^4	
铋铝硅酸盐玻璃 HOYA FR-5	0.633	300	-0.251×10^4	0.029
	1.06	300	-0.083×10^4	0.009

图 3: 若干旋光玻璃的旋光特性

用就使得左旋圆偏振光的折射率 n_L 和右旋圆偏振光的折射率 n_R 不等，通过厚度为 l 的介质后，将产生不同的相位滞后：

$$\phi_R = (2\pi/\lambda)n_R l \quad (3)$$

$$\phi_L = (2\pi/\lambda)n_L l \quad (4)$$

式中 λ 是光在真空中的波长。圆偏振光的位相即旋转矢量的角位移，位相滞后即角位移的倒转。在介质的入射面上，入射的平面偏振光 E 分解为如图4(a)所示的两个旋转方向不同的圆偏振光 E_L 和 E_R 。通过介质后，它们的位相滞后不同，旋转方向也不同。在出射面，两个圆偏振光的旋转矢量如图4(b)所示，从介质出射后，两个圆偏振光的合成矢量 E 的偏振方向相对于原来的方向转过的角度是

$$\theta_F = \frac{1}{2}(\phi_R - \phi_L) = (\pi/\lambda)(n_R - n_L)l \quad (5)$$

假如 n_R 和 n_L 的差正比于磁感应强度 B ，由(5)式可以得到(1)式。

次尝试的左右旋圆偏振光的折射率不同，从微观上理解：这在本质上可以归结为在磁场作用下原子、分子能级和量子态的变化。法拉第效应的严格推导涉及到色散的量子力学理论。

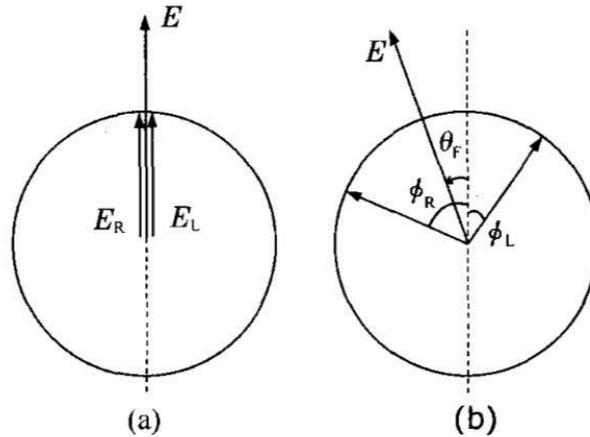


图 4: 旋光的解释

3.3 法拉第旋光角的计算

设介质中原子的轨道电子具有磁矩 μ

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \mathbf{L} \quad (6)$$

式中 \mathbf{L} 是轨道角动量。在磁场 \mathbf{B} 中，一个电子磁矩有势能 E_p 为

$$E_p = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = \frac{e}{2m_e} \mathbf{L} \cdot \mathbf{B} = \frac{eB}{2m_e} L_{\text{轴}} \quad (7)$$

式中 $L_{\text{轴}}$ 微电子轨道角动量的轴向分量。

当平面偏振光通过磁场 B 作用在折射率为 n 的样品介质上，光子使电子由基态激发到高能态。处于激发态的电子吸收光子的角动量 $\pm\hbar$ ，动能没有改变，而势能则增加 ΔE_p

$$\Delta E_p = \frac{eB}{2m_e} \Delta E_{p\text{轴}} = \pm \frac{eB}{2m_e} \hbar \quad (8)$$

同时失去能量 ΔE_p 。上式中的正负号对应于左旋光和右旋光。

因为光子具有能量 $h\nu$ ，故样品介质对光的折射率 n 是 $\hbar\omega$ 和函数

$$n = n(\hbar\omega) \quad (9)$$

对于左旋光量子来说

$$n_L = n(\hbar\omega - \Delta E'_p) \quad (10)$$

或者

$$n_L = n(\hbar\omega - \Delta E'_p) \approx n(\omega) - \frac{dn}{d\omega} \frac{\Delta E'_p}{\hbar} = n(\omega) - \frac{eB}{2m} \cdot \frac{dn}{d\omega} \quad (11)$$

同理，对于右旋光子有

$$n_R = n(\omega) + \frac{eB}{2m} \cdot \frac{dn}{d\omega} \quad (12)$$

综上，可以得到

$$\theta_F = \frac{lBe}{2mc} \omega \frac{dn}{d\omega} = \frac{lBe}{2mc} \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (13)$$

这是法拉第效应旋转角的计算公式。它表明旋转角的大小和样品介质的厚度、磁感应强度成正比，和入射光的波长以及样品介质的色散 $\frac{dn}{d\lambda}$ 有密切关系。

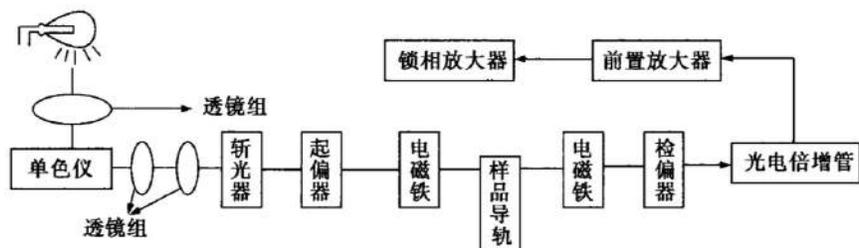


图 5: 实验装置示意图

4 实验仪器

法拉第效应的实验装置如图5所示。

本装置分为如下几个部分：

- 光源系统：白炽灯、透镜组、单色仪、斩光器、起偏器；
- 磁场系统：电磁铁、特斯拉计；
- 样品介质：可选用费尔德常数大的材料，一般是含有重金属或稀土离子的光学玻璃，样品做成圆柱状；
- 旋光角检测系统：检偏测角仪、前置放大器、锁相放大器、光电倍增管及其电源和输出指示。

5 实验内容、注意事项与数据处理

5.1 实验内容

1. 打开实验装置的电源。
2. 把磁场的激励电源调整为零，并且把特斯拉计进行调零，同时把光电倍增管的旋钮逆时针旋转至最小位置。
3. 取出样品架，将样品安放在样品架上，轻轻拧紧旋钮固定样品。注意不要将旋钮拧的过紧以免压碎样品。
4. 将光电倍增管的电压调整至650V，调节过程中注意输出指示不可以过载。
5. 调节入射光的波长为设定值，在本次实验中，对于每一个样品测定的波长分别取为550nm，633nm，700nm。

6. 调节磁场激励电源的电压，使得特斯拉计的读数稳定在预定的测试点上，本次实验中，对于每一个波长，磁场强度分别选定为0, 100mT, 200mT, 300mT, 400mT, 500mT, 600mT。
7. 分别在预设定的波长和磁场强度下测量检偏角。检偏角的测量方法为旋转检偏器的角度，找到输出指示器接收到光强的最小值点，此时检偏器的角度读数就是检偏角。

5.2 注意事项

1. 先把磁场调零，光电倍增管的负电压调至绝对值小于300V，然后再开电源、关电源以及换样品。
2. 磁场处于最大值（600mT）的时间不能过长，否则仪器发热容易损坏。
3. 尽量沿一个方向换面转动波长调节旋钮，检偏调节按钮。

5.3 数据处理

分别画出两种样品在不同波长下的磁场-法拉第转角图。用最小二乘法分别计算两种样品在四个波长下的费尔德常数数值，并且直接求解并计算费尔德常数的标准偏差。

6 实验结果及其分析

6.1 实验数据

实验中分别测量了两个样品的法拉第效应，分别编号样品 #1和样品 #2。测量了不同波长（分别为 $\lambda = 700nm$ ， $\lambda = 633nm$ 和 $\lambda = 550nm$ ）和不同磁场强度（从0mT到600mT每隔100mT测量一个数据点）下的消光角（根据实验仪器精度保留到小数点后一位，三维有效数字），同时计算出了相应的法拉第角（有效数字与消光角相同）。由此，利用最小二乘法，计算得出了法拉第角相对于磁场强度的斜率（三维有效数字，并且给出了置信度为95%的区间）。如表1和表2所示。

6.2 法拉第转角-磁场图的绘制

根据实验测得的法拉第角 θ_F 和磁场强度 B 的对应关系，可以画出相应的 $\theta_F - B$ 关系图（图6和图7中散点表示）。利用最小二乘法进行线性拟合，可以分别得到相应的拟合曲线（图6和图7中直线表示）。图中横坐标为磁场 $B(mT)$ ，纵坐标为法拉第角 $\theta_F(deg)$ 。

$B(mT)$	$\lambda = 700nm$		$\lambda = 633nm$		$\lambda = 550nm$	
	消光角 θ	法拉第角 θ_F	消光角 θ	法拉第角 θ_F	消光角 θ	法拉第角 θ_F
0	84.8	0.0	83.7	0.0	86.3	0.0
100	83.6	-1.2	82.1	-1.6	81.3	-5.0
200	82.2	-2.6	79.3	-4.4	76.9	-9.4
300	79.8	-5.0	77.4	-6.3	72.6	-13.7
400	77.5	-7.3	76.2	-7.5	69.4	-16.9
500	73.1	-11.7	74.0	-9.7	64.9	-21.4
600	71.6	-13.2	70.7	-13.0	59.1	-27.2
$\overline{\left(\frac{\theta}{B}\right)}(deg/mT)$	-0.0233 ± 0.0050		-0.0208 ± 0.0027		-0.0435 ± 0.0032	

表 1: 样品#1测试数据 (样品厚度 $l = 7.76mm$)

$B(mT)$	$\lambda = 700nm$		$\lambda = 633nm$		$\lambda = 550nm$	
	消光角 θ	法拉第角 θ_F	消光角 θ	法拉第角 θ_F	消光角 θ	法拉第角 θ_F
0	85.3	0.0	86.2	0.0	85.4	0.0
100	84.0	-1.3	82.3	-3.9	81.3	-4.1
200	81.6	-3.7	78.4	-7.8	76.5	-8.9
300	77.8	-7.5	75.9	-10.3	71.6	-13.8
400	75.3	-10.0	73.2	-13.0	67.5	-17.9
500	74.0	-11.3	70.5	-15.7	63.2	-22.2
600	72.3	-13.0	65.7	-20.5	58.6	-26.8
$\overline{\left(\frac{\theta}{B}\right)}(deg/mT)$	-0.0233 ± 0.0039		-0.0323 ± 0.0034		-0.0449 ± 0.0012	

表 2: 样品#2 测试数据 (样品厚度 $l = 7.70mm$)

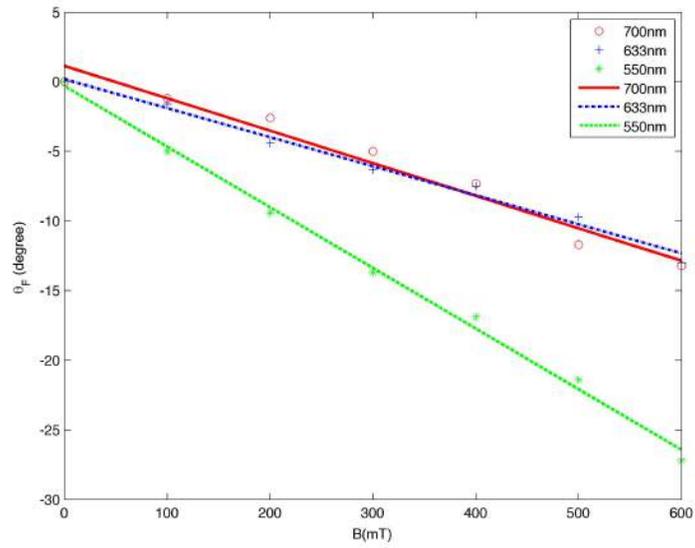


图 6： 样品#1在不同波长下面法拉第角随磁场的变化

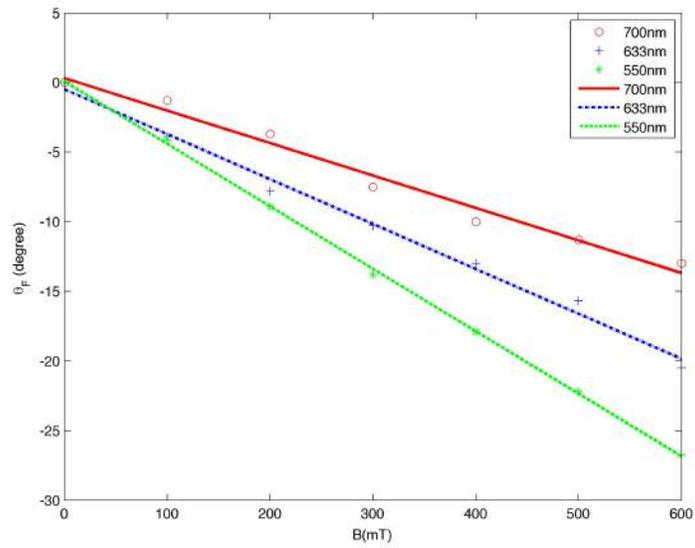


图 7： 样品#2在不同波长下面法拉第角随磁场的变化

6.3 费尔德常数值计算

利用公式

$$V = \left(\frac{\theta}{B}\right)\left(\frac{1}{l}\right) \quad (14)$$

可以计算出相应的费尔德常数。

其中需注意单位的换算，按照实验测试数据，费尔德常数的自然单位为 $deg/(mT \cdot mm)$ ，它与费尔德常数常用的单位 $min/(Oe \cdot cm)$ 之间有如下的换算关系：

$$1 \text{ deg}/(mT \cdot mm) = 60 \text{ min}/(Oe \cdot cm) \quad (15)$$

由此可以计算出每个样品在不同波长下的费尔德常数，如表3所示。其中括号里面的数值标明了置信区间在95%范围内费尔德常数的取值。

样品	波长	费尔德常数 ($min/(Oe \cdot cm)$)
样品#1	$\lambda = 700nm$	$-0.180(-0.219, -0.142)$
	$\lambda = 633nm$	$-0.161(-0.182, -0.140)$
	$\lambda = 550nm$	$-0.337(-0.362, -0.312)$
样品#2	$\lambda = 700nm$	$-0.182(-0.212, -0.152)$
	$\lambda = 633nm$	$-0.251(-0.278, -0.225)$
	$\lambda = 550nm$	$-0.350(-0.359, -0.340)$

表 3: 测试得到的费尔德常数的计算值

6.4 实验的误差分析

1. 样品盒上标定样品#1的费尔德系数 $V_1 = -0.25min/(Oe \cdot cm)$ ，样品#2的费尔德系数 $V_2 = -0.32min/(Oe \cdot cm)$ 。费尔德系数不仅与材料有关，还与波长、温度有关。由于材料的标称未指明相关的温度与波长，因此无法判断准确的绝对实验误差。但是可以看到其标称系数还是落在了实验波长下的测得费尔德系数的范围中。
2. 光电倍增管的电压对于实验结果不造成显著的影响，光电倍增管电压选择的原则是，在保证设备不受到损坏的限度下，电压尽可能选择的更大。原因是更大的电压意味着检偏系统对于检偏光线更为的敏感，有利于提高手动转动检偏器时对于消光角的判断准确度。
3. 由于费尔德系数仅仅与法拉第角与磁场强度的斜率有关，因此磁场的调零、检偏器的起点（以及磁场为零时消光角的绝对数值）和旋光角检测系统的输出指示调零都对于最后的结果不会造成影响。

原因如下：

磁场的调零仅仅影响对于 B 值的绝对数值，但是对于其相对数值并没有影响；

检偏器的起点（以及磁场为零时消光角的绝对数值）仅仅影响消光角 θ 的绝对数值，它对于法拉第角 θ_F 的数值没有影响；

旋光角检测系统的输出指示调零只是为了便于观察到消光角的判定依据——在消光角附近，随着角度的不断增大（或者减小）被测光的光强先减小再增大，它的调零与否对于最后的消光角的数值测量并没有影响。

4. 费尔德常数与波长和温度有关：

波长由内部的单色仪来调控，认为其调控精度较高，并且波长读数准确；

实验过程中温度对于结果的影响较大，本实验中我们认为样品的温度等同于室温，但是在实验中明显观察到样品架由于仪器内部发热而温度明显升高的现象。与此同时，整个实验过程中，样品架的温度并不稳定，而是在一直升高，这样的温度升高势必会对于费尔德常数的测量造成一定的影响。

5. 在法拉第角或者消光角的测量方面，主要的误差来源于实验者的人为误差。由于测量消光角附近，光强的变化比较小，因此可以采用对称测量法来进行测量。测量的原理图如图8所示，可以在消光角附近选取一个光强 I_0 （也就是对应旋光角检测系统中输出指示略大于消光点的读数），然后读出它们相应的角度 φ_1 ， φ_2 ，然后利用近似公式 $\varphi_0 = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$ 来得到消光角。这样可以更准确的读出消光角。

6. 综上所述，本次实验的主要误差来源于两个方面：实验过程中温度的变动，实验操作者的人为误差。

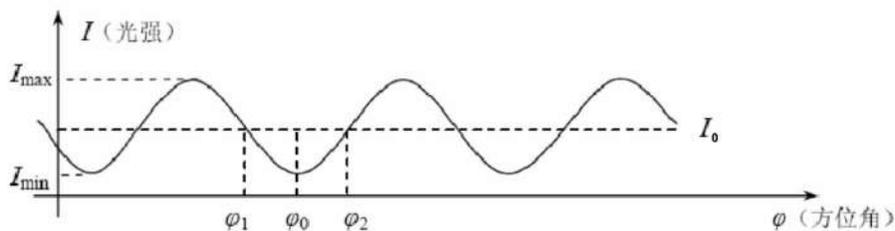


图 8：对称测量法示意图

7 思考题

7.1 材料的法拉第效应的大小与哪些因素有关

法拉第效应是指当磁场加到介质上时，一束偏振光沿着磁场方向入射，其出射光的偏振方向会转过一个角度的现象。一般来讲，偏转过的那个法拉第角满足法拉第-费尔德定

律

$$\theta_F = VB_H l \quad (16)$$

同时，利用唯象理论可以得出

$$\theta_F = \frac{lBe}{2mc} \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (17)$$

由此可以看出法拉第效应与以下因素有关：

1. 晶体沿着光传播方向的厚度 l
2. 外加的磁场强度 B
3. 光的波长 λ
4. 材料的色散关系 $\frac{dn}{d\lambda}$

7.2 简述本实验测定法拉第转角所采用的实验方法。

法拉第转角指的是外加磁场下出射光相对于入射光偏振方向旋转过的角度。

我们在这里认为介质本身不具有旋光作用或者旋光作用十分微弱，即，外加磁场为零情况下的出射偏振方向等于入射偏振方向。我们先测定外加磁场强度为零时出射光线偏振方向的角度 θ_0 （消光角），然后再依次测定不同磁场强度下的消光角 θ_i ，我们把它们的差 $\theta_i - \theta_0$ 作为该磁场强度下的法拉第角。

我们利用旋光角检测系统来测量法消光角。朝一个方向转动检偏器，观察输出指示，观察到输出指示光强值先减小后增大的时候，取其拐点处的检偏器角度作为消光角 θ_i 。或者对于消光角的测量可以利用“实验误差分析”第5点提到的对称测量法来进行测量。

7.3 本实验的法拉第效应和透明磁性材料的法拉第效应有何不同？

磁性材料在磁场的的作用下，内磁场会得到加强，因此法拉第效应会更显著。如果内磁场对于外磁场的响应不是线性关系，法拉第角对于外磁场 B 的响应将也不是线性的。

7.4 有些材料除了有法拉第效应外，还可能存在自然旋光、双折射现象，它们会影响本实验测量的准确度，用什么方法可以消除这些因素的影响？

法拉第效应与自然旋光不同。法拉第效应中光的偏振面对于实验坐标系的偏转方向，只与磁场 B 的方向有关而与光的传播方向无关，这意味着让光往返通过（或者再通过一组材料镜面对称，磁场等大同向的旋光装置）光线偏振方向的偏转将加倍。而在这样的配置下，自然旋光将被抵消。于是可以使用这样的方法消除自然旋光的影响。

如图9所示，光线入射到晶体表面时将会发生双折射现象。斜入射的情形下（如图9(a)中所示），光线在晶体中分解成为两个本征的振动方向，并且分成了两个能流方向，这样

的出射光为两束线偏振光，使得法拉第效应的测量变得困难。同时，在正入射的情形下（如图9(b)中所示），两个本征偏振方向的折射率不同，也会使得他们在相位上分离开。因此，要消除双折射的影响，不仅需要正入射，而且需要把磁场为零时候的出射光偏振方向当做入射光偏振方向进行修正。

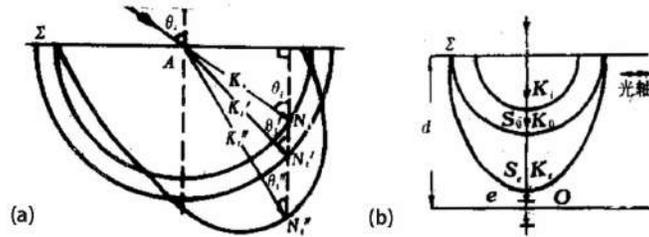


图 9：光线射入晶体时发生的双折射现象