

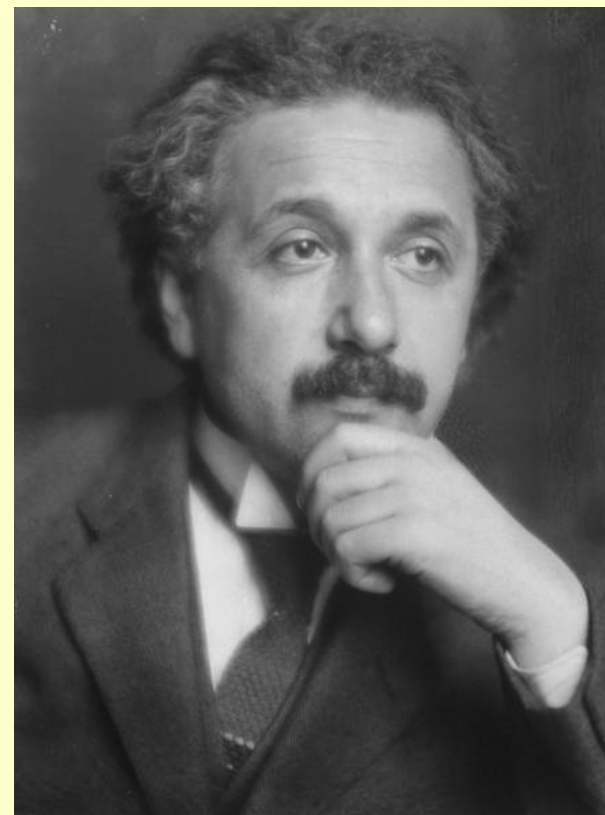
第六章 狭义相对论

Special relativity

- 19世纪，最伟大的科学发现是**麦克斯韦电磁场理论**；
- 20世纪，最辉煌的科学发现和成就就是**相对论和量子力学**
(电磁理论直接孕育着狭义相对论和量子论)

相对论

- **狭义相对论(1905)**：可以解决物理规律在**惯性参照系**之间的物理量的转换问题。
- **广义相对论(1915)**：解决**非惯性参照系**之间物理规律的转换问题，主要是**引力理论**。



狭义相对论主要内容：

- I. 惯性参照系之间，时空坐标的Lorentz变换；
- II. 物理规律的协变性——物理规律在任何坐标系中可表示为相同的形式；
- III. 麦克斯韦方程、洛伦兹力公式的协变形式；
- IV. 力学基本规律推广为具有协变性的相对论力学

本章所要介绍的内容：

§ 1 相对论的**实验基础**

§ 2 相对论的基本原理 **Lorentz变换**

§ 3 相对论的**时空理论**

§ 4 相对论理论的**四维形式**

§ 5 电动力学的相对论不变性

§ 1 相对论的实验基础

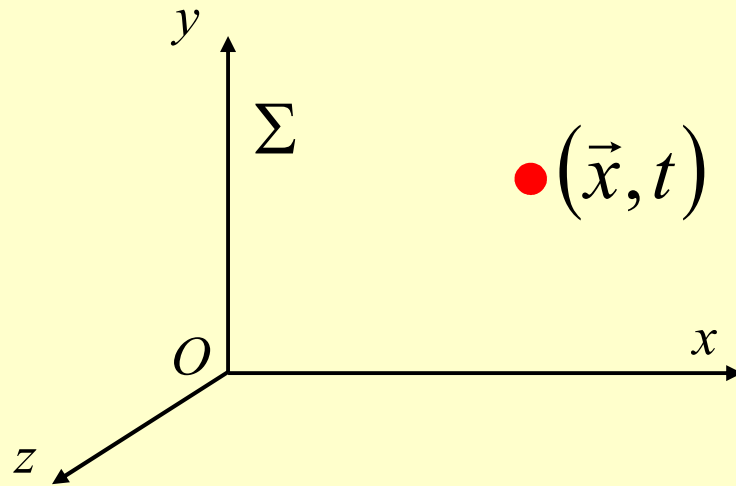
物理规律总是通过一定的参照系来表述

问题的提出：

- ① 从麦克斯韦方程组，可以预见电磁波的波动方程，出现一个传播速度，**那这个速度是相对什么参照系的速度？**
- ② 更一般的，电磁现象的基本规律——**麦克斯韦方程组在什么样的参照系中成立？**
- ③ 从一个参照系变到另一个参照系时，**电场和磁场如何变换？基本定律如何改变？**

一、回顾经典（牛顿）力学相对性原理

1) 参照系 Σ 中一个物理事件

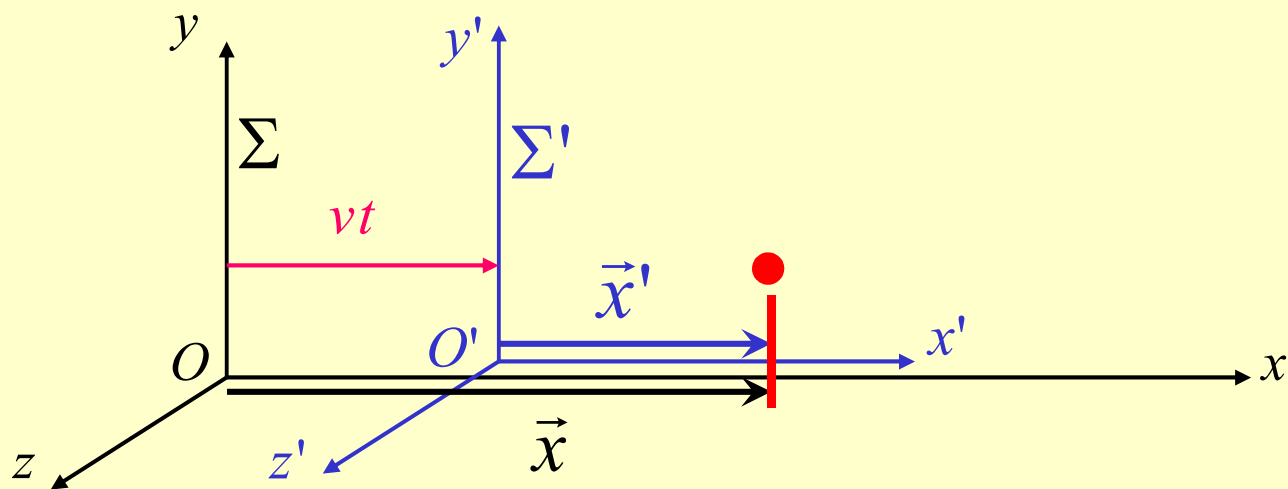


\vec{x} 表示该物理事件在 Σ 中的**位置矢量**；

t 表示 Σ 系中观测该事件发生的**时刻**。

2) 经典力学的伽利略变换

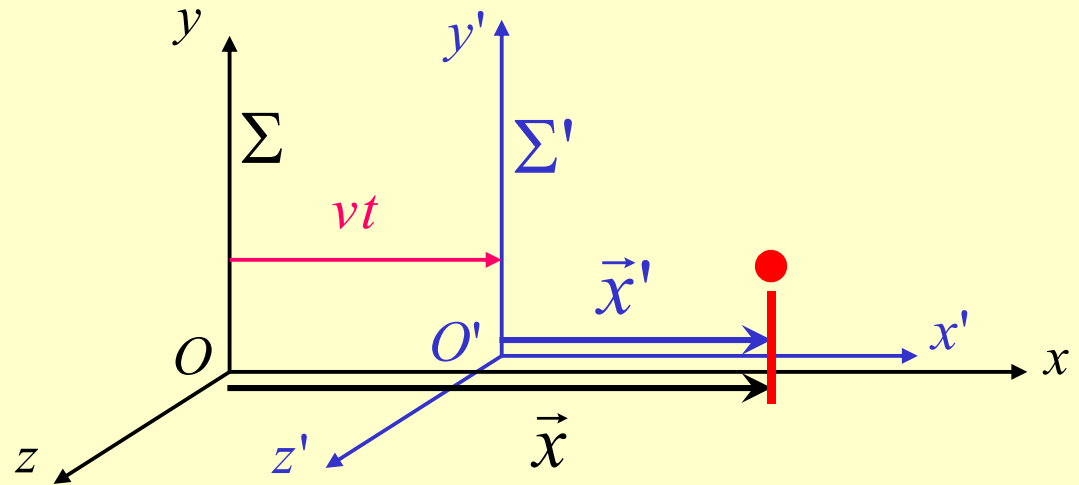
假设两个惯性参照系的相对速度为 \vec{v}



$$(\vec{x}, t)$$

$$(\vec{x}', t')$$

$$\begin{aligned}x' &= x - vt, \\y' &= y, \\z' &= z, \\t' &= t\end{aligned}$$



——伽利略变换

- ① 描述经典力学中一个事件在两个不同的惯性参照系之间的变换；
- ② **时间是绝对的！**（两个参照系测量的时间是完全相同！）

③ 速度相加定理:

$$\begin{aligned}u_x' &= \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v \frac{dt}{dt'} \\ &= \frac{dx}{dt} \frac{dt}{dt'} - v \frac{dt}{dt'} = u_x - v\end{aligned}$$

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

直观的感觉: 顺流而下, $u = u' + v$

逆流而上, $u = u' - v$

④ 经典力学的相对性原理

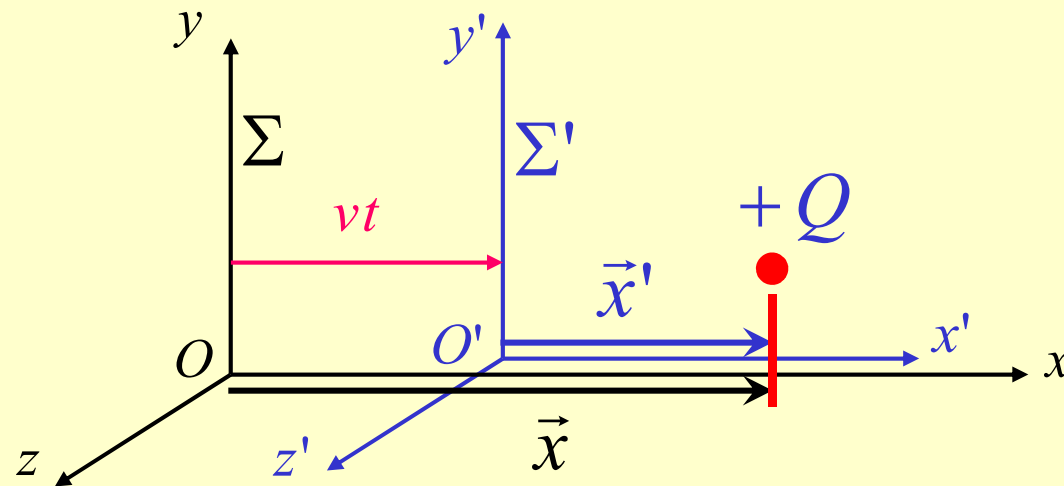
任一物体所遵循的牛顿力学方程在不同的惯性系中的形式是相同的——牛顿力学方程在伽利略变换下保持不变。

$$F_x = \frac{d^2 x}{dt^2}, F_x' = \frac{d^2 x'}{dt'^2} \quad \longrightarrow \quad F_x = F_x'$$

3) 对于**电磁现象**，若伽利略变换仍成立，则电磁学基本定律不再保持不变!

例1：一个固定在匀速运动的火车上的电荷

- 对于站在地面上的人而言，电荷是运动的，因此可以产生磁场；
- 而对于坐在火车上的观测者而言，电荷是静止的，因而不会产生电流，也就不会产生磁场。



$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

➤ 例2: $(\nabla \times \vec{H})_x = \frac{\partial \vec{D}_x}{\partial t},$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\partial D_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_{z'}}{\partial y'} - \frac{\partial H_{y'}}{\partial z'} = \frac{\partial D_{x'}}{\partial t'} \text{ (是否依然成立?)}$$

$$x' = x - vt,$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = t$$

➔ $\frac{\partial}{\partial t} D_x(\vec{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t} D_x(\vec{x}' + vt', t')$

$$= \frac{\partial}{\partial x'} D_x(x', t') \frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t'} D_x(x', t') \frac{\partial t'}{\partial t}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t'} D_x(x', t') - v \frac{\partial}{\partial x'} D_x(x', t') \neq \frac{\partial}{\partial t'} D_x(x', t')$$

4) 经典时空观与电磁现象的矛盾

真空中电磁场

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(\vec{x}, t) = 0$$

$$\nabla^2 \vec{B}(\vec{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B}(\vec{x}, t) = 0$$

- 根据此波动方程，得出电磁波在真空中的传播速度为 c

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

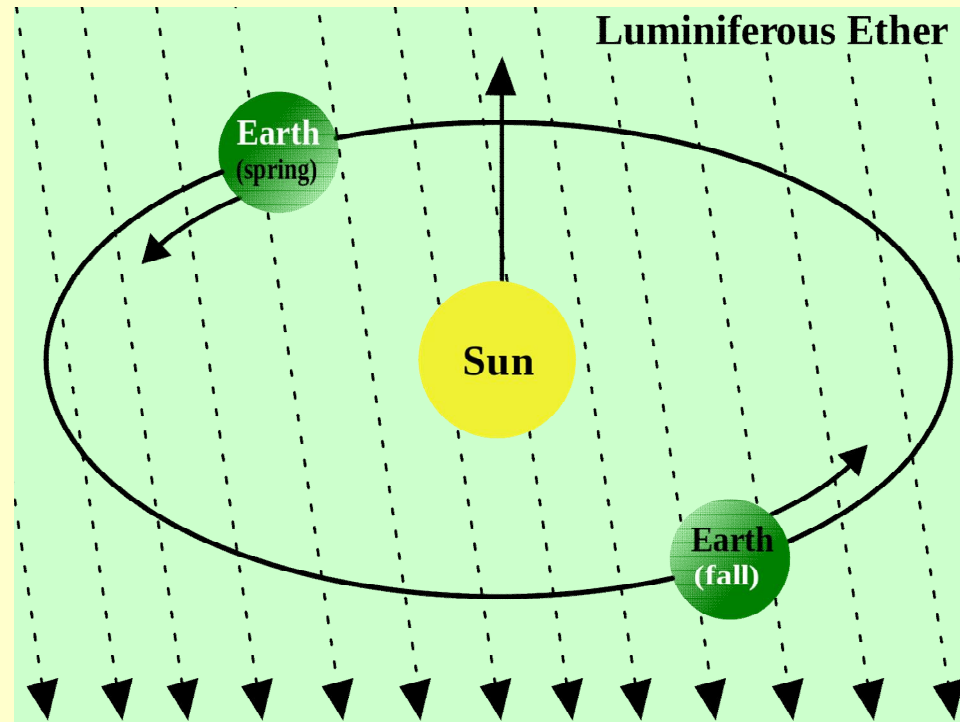
$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f,$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

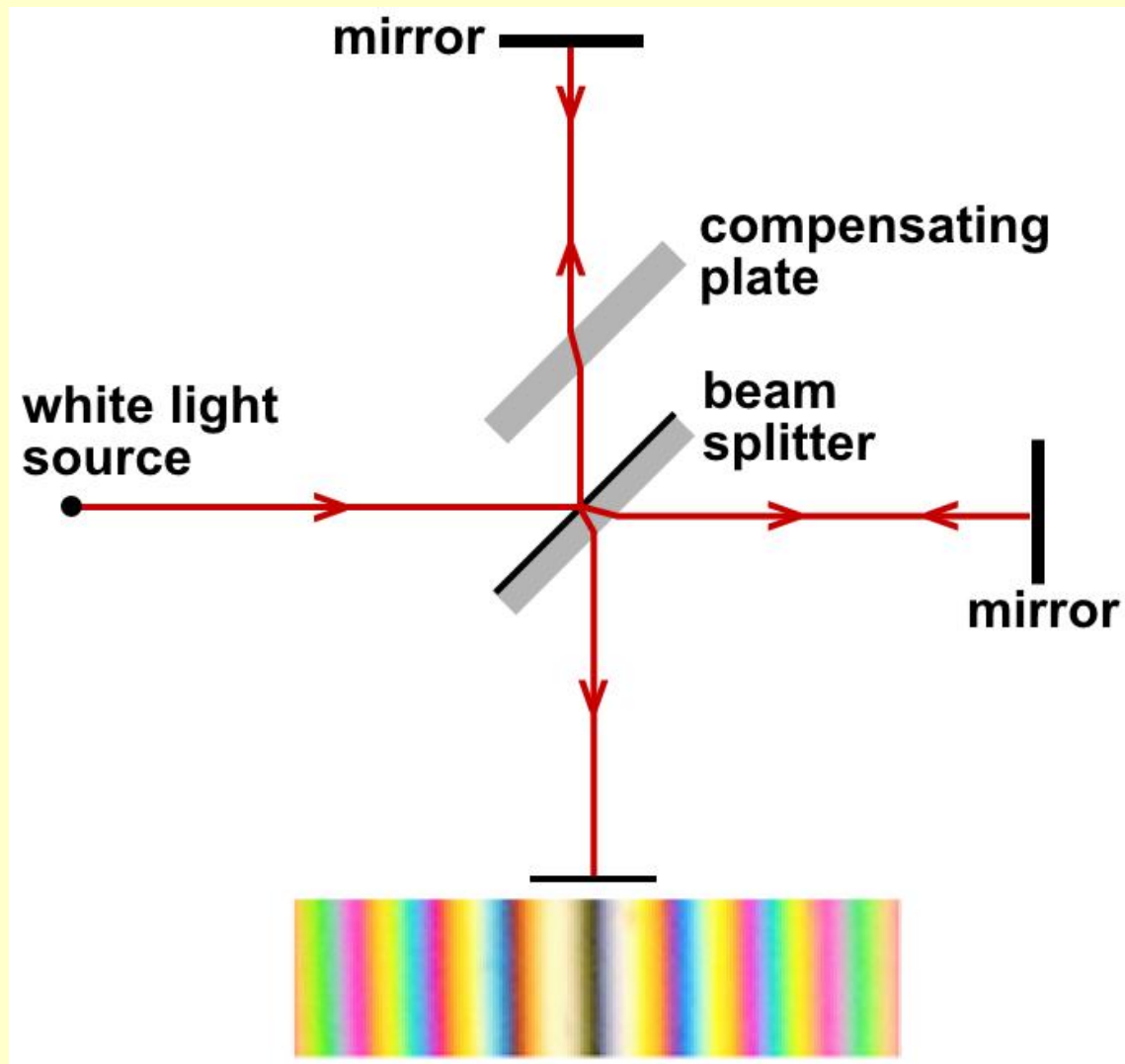
- ① 在爱因斯坦的相对论建立之前，按照旧时空观念：如果物质的运动相对某个参照系的运动速度为 c ，则变换到另一个参照系时，其速度就不可能沿各个方向都为 c ； $(u'_x = u_x - v)$
- ② 麦克斯韦电磁场理论（1865年）指出光速是 c ，但是并没有指出是相对于什么参照系；
- ③ 麦克斯韦本人认为：方程组只能相对一个绝对静止的特定参照系（即所谓的以太）成立；电磁波只能相对这个特定的参照系的传播速度为 c 。
- ④ 以太的概念在物理学史上占据了100多年的时间。

æther or ether

- In the late 19th century, luminiferous aether, æther or ether, meaning light-bearing aether, was the postulated medium for the propagation of light.[1]
- the concept of aether as a mechanical medium having a state of motion lost adherents.



The Michelson–
Morley experiment
(1881, 1887)
compared the time for
light to reflect from
mirrors in two
orthogonal directions.
It is commonly held to
disprove light
propagation through a
luminiferous aether.



40年（1865-1904）的迷雾终于散去

- ④ 1865年之后的很长一段时间，科学家都在思考、讨论的问题——如何对伽利略变换、相对性原理、麦克斯韦方程组的进行取舍？
- ⑤ 1904年，Lorentz提出了Lorentz变换；在这个变换下，麦克斯韦方程组在不同的惯性参照系之间变换时，其形式保持不变，从而满足相对性原理；
- ⑥ 1905年，爱因斯坦提出了相对论，澄清了存在40年的迷雾，彻底地解决了上述矛盾。

5) 相对论的建立

在研究高速运动现象，特别是电磁现象时，人们揭示出旧的时空观的局限性，提出了新的时空的理论。

- ① 基于新时空观的、适用于任何惯性参照系的理论——**爱因斯坦狭义相对论**
- ② 宏观电动力学在应用到微观领域的局限性——**量子电动力学的建立**

二、相对论的实验基础之一

——迈克尔孙-莫来实验

- 爱因斯坦之前的学者认为：光也像声波一样，是通过某种特殊的介质以太（ether）而传播；
- 以太假设：很轻、弥漫于整个宇宙空间、绝对静止、与运动物体不产生阻力或摩擦；光在其中的传播速度为 c ；光是横波，以太像固体一样刚度很大，甚至远超过钢铁！。
- 受牛顿力学的“绝对空间、绝对运动”论的影响，包括麦克斯韦在内的一些学者认为：以太参照系就是绝对参照系；通过电磁现象就能确定一个特殊的参照系，相对于这个特殊的参照系的运动称为绝对运动。

1、迈克尔孙-莫来的思想（1881年）

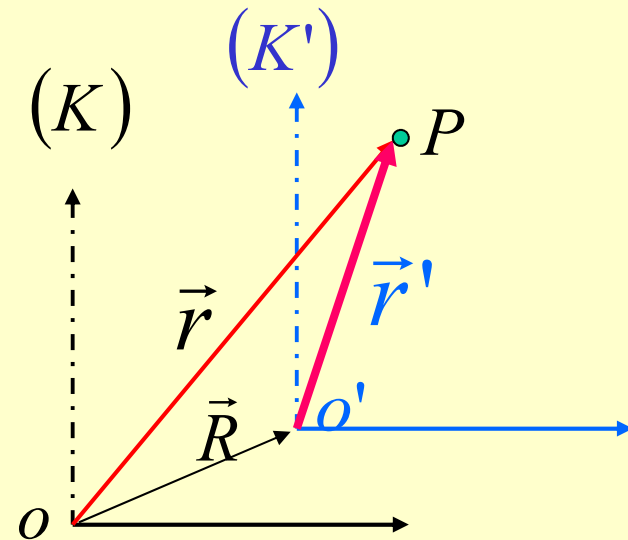
——目的是测量光速沿不同方向的差异

- 电磁波沿任意方向上的传播速度只有在某个特殊的参照系（“以太”）中才等于 c ；
- 如果能够精确测量各个方向上光速度的差异，就可以确定地球相对这个特殊参照系的运动。

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'$$

$$t = t'$$

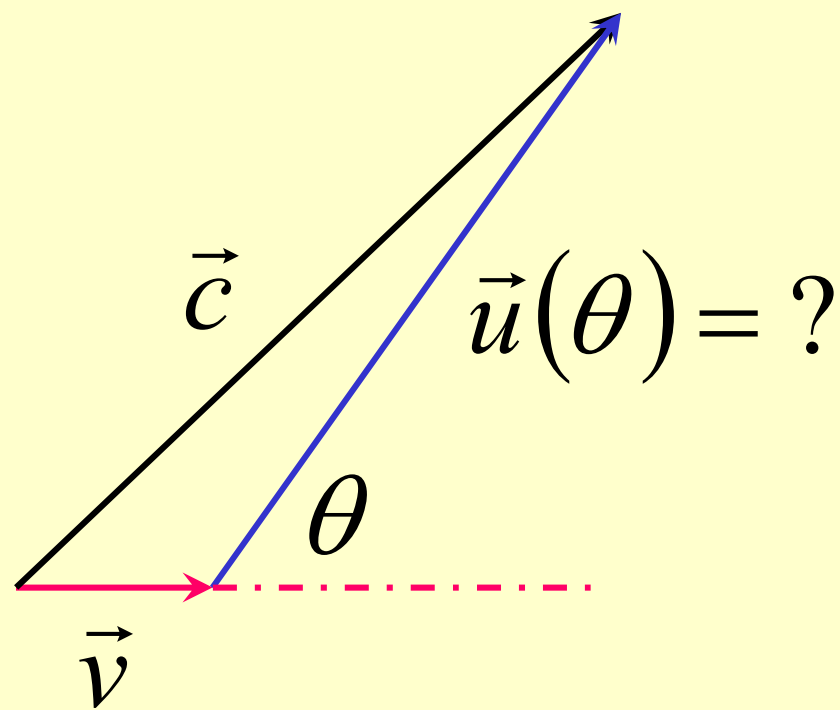
(时间的绝对性)



$$\vec{v}_{O-K} = \vec{v}_{O-K'} + \vec{v}_{K'-K}$$

——经典速度合成法则

假设：光在“以太”中的传播速度为 c ；
则观测者（在地球上）相对“以太”的速度为 v 。



- 在观测者（地球）的参照系中，所看到的、沿 Σ 方向传播的光的速度满足

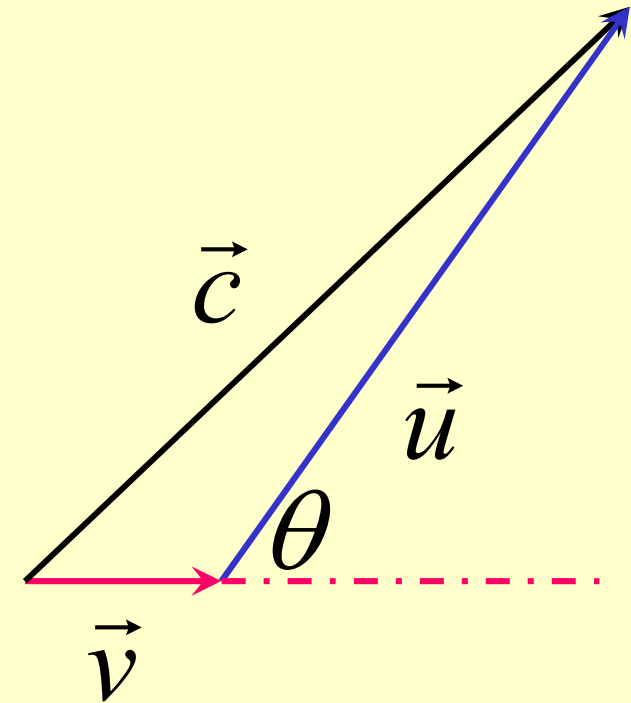
$$\vec{c} = \vec{v} + \vec{u}$$

$$c^2 = v^2 + u^2 + 2uv \cos \theta$$

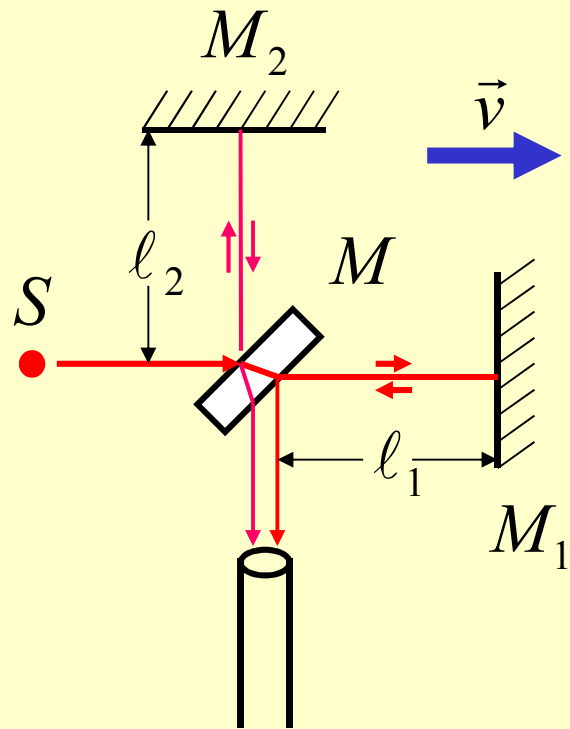
$$u = \sqrt{c^2 - v^2 \sin^2 \theta} - v \cos \theta$$

$$u|_{\theta=0} = c - v, \quad u|_{\theta=\pi} = c + v$$

$$u|_{\theta=\pm\pi/2} = \sqrt{c^2 - v^2}$$



2、迈克尔孙-莫来实验 (1887年)



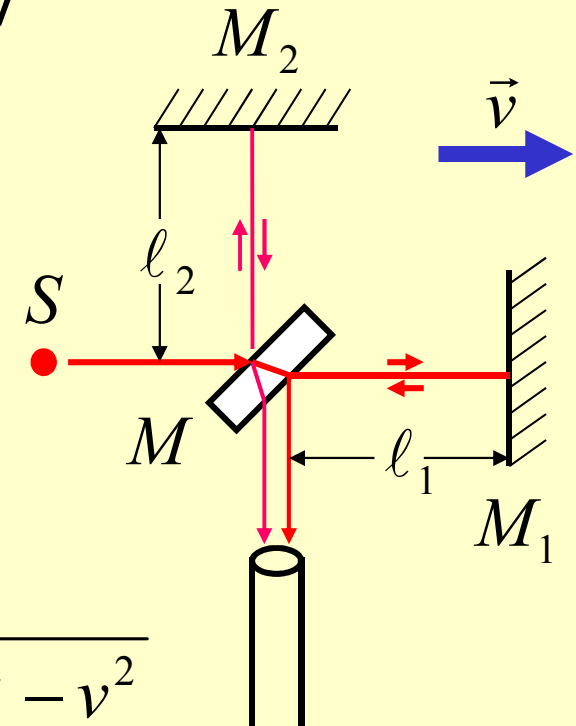
仪器随地球以大小为 v 的速度运动。

$$u = \sqrt{c^2 - v^2 \sin^2 \theta} - v \cos \theta$$

1) 光束在 MM_1 之间往返速率为 $c-v$ 和 $c+v$

$$\text{往返时间: } t_1 = l_1 \left(\frac{1}{c+v} + \frac{1}{c-v} \right)$$

$$= \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$



2) 光束在 MM_2 之间的往返速率: $u = \sqrt{c^2 - v^2}$

$$\text{往返时间: } t_2 = \frac{2l_2}{u} = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

3) 两束光到达探测屏的时间差为:

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2}{c} \left(\frac{\ell_1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{\ell_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

$$t_1 = \frac{2\ell_1}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

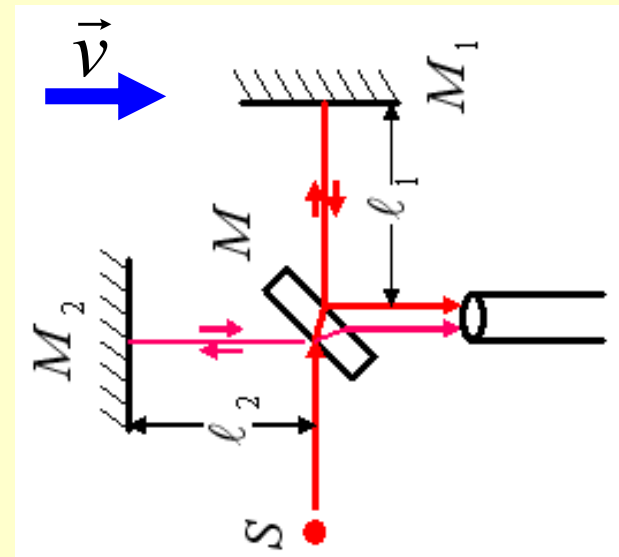
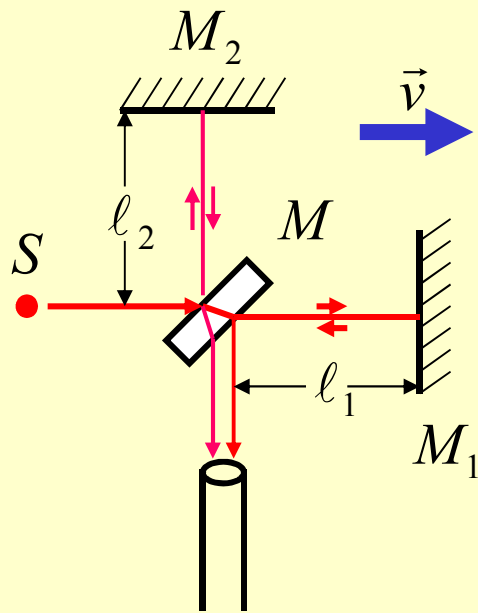
$$t_2 = \frac{2\ell_2}{u} = \frac{2\ell_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

在 $v \ll c$ 时, 对上式近似得:

$$\Delta t = \frac{2}{c} \left[\ell_1 \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) - \ell_2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) \right]$$

$$= \frac{2}{c} \left[(\ell_1 - \ell_2) + \frac{v^2}{c^2} \left(\ell_1 - \frac{\ell_2}{2} \right) \right]$$

将干涉仪旋转90°，光束1为水平传播，光束2为垂直传播；



$$\Delta t = \frac{2}{c} \left[(l_1 - l_2) + \frac{v^2}{c^2} \left(l_1 - \frac{l_2}{2} \right) \right]$$

$$\Delta t' = -\frac{2}{c} \left[(l_2 - l_1) + \frac{v^2}{c^2} \left(l_2 - \frac{l_1}{2} \right) \right]$$

4) 仪器旋转90°后，应观测到干涉条纹的移动：

- ① 时间差对应于光程差；
- ② 由于 Δt 的不同，因此把仪器旋转90°后，应观测到干涉条纹的移动；
- ③ 干涉条纹移动的个数为：

$$\frac{c\Delta t' - c\Delta t}{\lambda}$$

移动的条纹数：

$$\Delta N = \frac{c\Delta t' - c\Delta t}{\lambda}$$
$$= -\frac{(\ell_2 + \ell_1)v^2}{\lambda c^2}$$

$$\Delta t = \frac{2}{c} \left[(\ell_1 - \ell_2) + \frac{v^2}{c^2} \left(\ell_1 - \frac{\ell_2}{2} \right) \right]$$

$$\Delta t' = -\frac{2}{c} \left[(\ell_2 - \ell_1) + \frac{v^2}{c^2} \left(\ell_2 - \frac{\ell_1}{2} \right) \right]$$

实际： $\ell_1, \ell_2 \sim 10 \text{ m}$, $\lambda \sim 500 \text{ nm}$,

地球的轨道速度： $v \sim 3 \times 10^4 \text{ m/s}$,

 $\Delta N = 0.4$

然而，实验观测到的上限为 $\Delta N = 0.01$

1、矛盾的出现

- ① 麦克斯韦方程在伽利略变换下形式不在保持不变；
- ② 经典力学中的伽利略变换与迈克尔逊-莫来实验的结果发生了冲突.

2、人们可能的选择：

- ① 选择一：改造现有的麦克斯韦理论，使之满足原有的变换。
- ② 选择二：研究已得到的麦克斯韦理论所允许的变换；

- 在迈克尔逊-莫雷实验基础上，Lorentz在1904年提出了Lorentz变换；
- Lorentz变换已经为相对论做好了准备，但没有跳出以太理论旧框框的束缚；
- 迈克尔逊是精密测量的鼻祖（迈克尔逊-莫雷实验的精度达到 $v/c \times 10^{-8}$ ）
- 迈克尔逊本人对于测量不出地球相对于以太的速度（零）感到遗憾；
- 直到1905年相对论的提出，迈克尔逊-莫雷实验的科学意义很快得到公认（1907年迈克尔逊获诺贝尔物理奖）

Richard Kadel 提出为何没有爱因斯坦定律？
参见Physics Today, January 2007, page 12

- Vladimir A. Krasnopol'sky 提出了不同的意见：爱因斯坦并不是狭义相对论的唯一作者。（参见Physics Today, July 2007, page 8）
- 实际上对狭义相对论有重要贡献的应该包括三位科学家，他们分别是Hendrik Lorentz、Einstein和Hermann Minkowski。

- Lorentz在1895年和1904年发表了两篇论文，在论文中他建立了著名的Lorentz变换，而其实就是狭义相对论的基本公式；
- Einstein在1905年发表了两篇重要的论文，并且作了很多的报告，因而人们错误的认为他是这些理论的唯一作者。
- 1908年，Hermann Minkowski也发表了一篇重要的论文，只是很遗憾Hermann Minkowski在论文发表后很快就去世了。
- 实际上，Lorentz、Einstein同时因狭义相对论而获得Nobel奖的提名，而且Lorentz还排在第一。因此在关于狭义相对论的奠基人是Lorentz、Einstein。

- ❖ Einstein是广义相对论的奠基人。
能够称之为定律的是Einstein的质能方程

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

关于时空观：

- ① 亚里士多德的时空观：地球是位于宇宙的中心，地球的这个空间点是绝对的，各个天体都有各自的天然位置；
- ② 哥白尼、伽利略、牛顿的时空观：否定了亚里士多德观中地球上宇宙中心的论点，否定了所谓空间位置的绝对意义；
- ③ 伽利略提出了相对性原理；

- 牛顿认为：空间和时间与外在的情况无关（绝对静止的空间和绝对不变的时间）；
- 马赫的怀疑论：既然时间必须用某种物理系统的周期运动来测量，那么时间的特性就必然与描写物理系统的定律有关；
- 爱因斯坦：认识到时间和空间都不是绝对的，提出了相对论。

3、Michelson-Morley实验结果表明，在真空中：

① 光速与光传播的方向无关；

② 光速与光源的运动速度无关；

——在不同的惯性系中测到的真空中的光速是一个常数。

③ 换言之，麦克斯韦方程组在不同的惯性系中都同样的成立。

(低速运动物体) 伽利略经典速度相加法则:

$$\vec{v}_{O-K} = \vec{v}_{O-K'} + \vec{v}_{K'-K}$$

爱因斯坦认为, 对于光信号, 不管来至于地面上的灯, 还是来自于运动的火车上的灯, 光相对于火车或者地面 (惯性参照系) 的速度都是 c .

$$\vec{v}_{O-K} = \vec{v}_{O-K'} = c$$

实际上, 根据相对论, 一般情况下的速度相加法则:

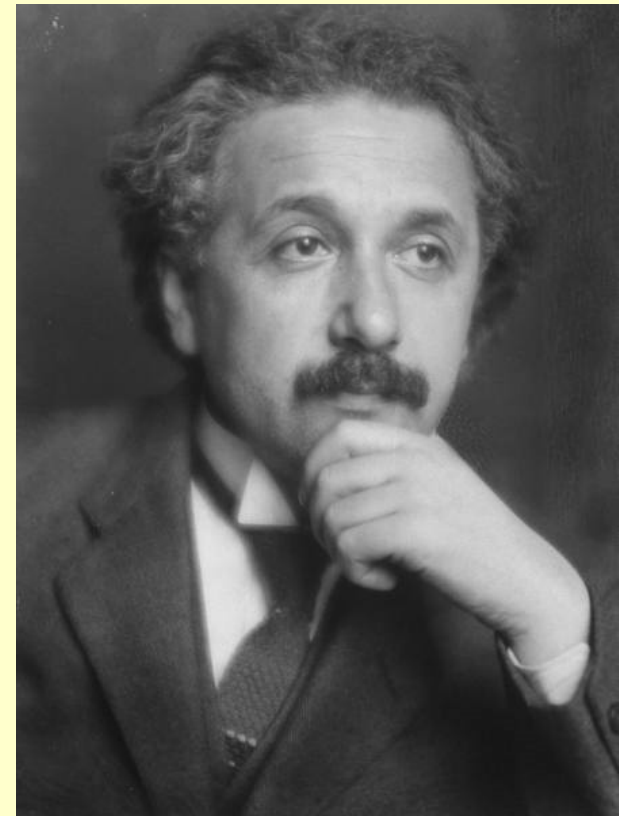
$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{vu_x}{c^2}},$$

如果 $u_x = c$, 则 $u_x' = c$;

如果 $u_x, v \ll c$, 则有 $u_x = u_x' + v$

相对论

- **狭义相对论(1905)**：可以解决物理规律在惯性参照系之间的物理量的转换问题。
(伽里略相对性是狭义相对性理论在低速度下的近似)
- **广义相对论(1915)**：解决非惯性参照系之间物理规律的转换问题，主要是引力理论。(狭义相对论是弱引力场下的近似)



相对论

- 相对论确定了时间与空间的结构关系；
- 在相对论中， c 是一个基本常数，而碰巧的是光的传播速度正是这个常数。
- 相对论并不依赖于光本身，即使是某个宇宙空间不存在电磁场，在这个宇宙里的空间和时间的关系都遵从相对论。

Experiments prove relativity theory

- **Particle accelerators** routinely accelerate and measure the properties of particles moving at near the speed of light, where their behavior is completely consistent with relativity theory and inconsistent with the earlier Newtonian mechanics.
- These machines would simply not work if they were not engineered according to relativistic principles.

modern experiments have been conducted to test special relativity

- Tests of relativistic energy and momentum – testing the limiting speed of particles
- [Ives–Stilwell experiment](#) – testing relativistic Doppler effect and time dilation
- Time dilation of moving particles – relativistic effects on a fast-moving particle's half-life
- [Kennedy–Thorndike experiment](#) – time dilation in accordance with Lorentz transformations
- [Hughes–Drever experiment](#) – testing isotropy of space and mass
- Modern searches for Lorentz violation – various modern tests
- Experiments to test emission theory demonstrated that the speed of light is independent of the speed of the emitter.
- Experiments to test the aether drag hypothesis – no "aether flow obstruction".