上次课要点

✓真空中的麦克斯韦方程:

$$\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0$$

$$\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}$$

✓洛伦兹力密度:

$$\vec{f}=\rho\vec{E}+\vec{J}\times\vec{B}$$

~~~~~~

§4 介质中的麦克斯韦方程组

我们已经得到了在真空中的麦克斯韦方程的表达式。本节讨论在空间存在介质时麦克斯韦方程组的形式。在进行定量分析之前，我们对这个介质对电磁（electromagnetic, EM）场的响应物理问题应该包含如下两个物理过程：

- 电磁场对介质的作用：在电磁场的作用下，电介质内部的电荷分布发生变化，在介质的内部或者表面可能会出现电荷的不平衡，即出现附加电荷和电流。
- 介质对电磁场的影响：这些附加的电荷或者电流也会激发电磁场，这样就使得原来的电磁场发生改变。
~~~~~~

因此，对于介质的存在与否，与我们针对真空中的麦克斯韦方程本身并没有直接的关联，只是由于介质的引入而可能在空间的某个区域出现了新的电荷和电流。所以，上面的麦克斯韦方程的形式同样适合于介质存在的情况，只是需要我们把空间中所有的电荷、电流全部考虑进来。

有了这个基本的思路，对于介质而言，上面的麦克斯韦方程中的第 2、3 两个方程无需做任何的改变，而第 1、4 方程中我们只需要添加介质由于极化或者磁化而产生的新的非平衡的电荷与电流（附加项）：

$$\rho=\rho_f+\rho_P,$$
$$\vec{J}=\vec{J}_f+\vec{J}_P+\vec{J}_M$$

式中：ρ_f和$\vec{J}_f$为与介质极化、磁化无关的、分布于空间中（自由）电荷密度和（自由）电流密度分布。

从这个角度看，这里的“自由”的含义其实并非严格意思上的所谓自由电荷，比如我们采用离子注入的方法，人为地往介质中注入一些带电离子，尽管这些离子注入之后并不会在介质中移动，但我们应该把它们理解成所谓的自由电荷，这是因为这些电荷并不是由于介质极化而产生的非平衡电荷分布。

本节的任务就是研究$\rho_P,\vec{J}_P,\vec{J}_M$与电磁场$\vec{E},\vec{B}$的关系。

1、 介质

- 在电动力学中，我们可把媒质（medium）划分为绝缘介质（insulator）与金属导体两种类型。绝缘体又称为介电体（dielectric），或者介质；“介”顾名思义就是“绝缘、不导电”的意思）。
- 有些介质，如海水、土壤，则具有一定的导电性，所以称为导电介质。但国内多数教材把导电介质笼统称为导体，这极容易让学生把它们与金属这类导体混淆。后面我们会介绍，这两类材料的介电常数及其色散特性是有很大的差异！这种差异表现简单的概括为，在导电的介质中电磁波是可以振荡传播的，只是其振幅随着传播距离的增加而指数衰减，而对于金属而言，一般地电磁波的频率小于金属等离子频率，因此电磁波是禁止在其中传播的。
- 与量子电动力学不同，经典电动力学不是考察个别粒子产生的微观电磁场，而是考察一个物理小体积内某一物理量的平均值（宏观物理量）。这里的物理小是指尺寸远小于电磁波的波长，但仍包含大数目分子，即所谓的连续介质（continous medium）理论，因此我们很自然的把这些介质看成均匀介质，可以用折射率（介电常数 / 磁导率）来刻画材料的光学性质；
- 我们知道，对于自然界的天然材料，当我们研究其光学特性的时候，由于光波长与分子或者原子的比值达到

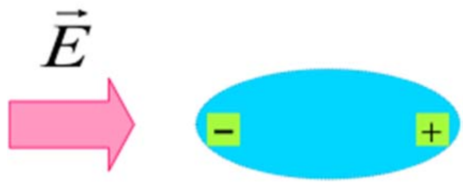
10^4～10^5；

- 1999 年，英国理论物理学家 John Pendry 指出，即使构成材料的堆砌单元的尺寸扩大到更大的尺寸，只要尺寸与电磁波波长的比值不超过 10^{-1}～10^{-2}，由此堆砌而成的微结构材料仍然符合连续介质近似，可有效折射率来表征这类材料的电磁性质。由于结构单元尺度进一步放大，人们可以对结构单元进行设计与加工，从而能制备出自然界还不存在的人工 EM 材料，如具有负折射率的超构材料（metamaterial）[引文]；
- 还需要注意，可能对于某一波段的电磁波而言，我们可以采用连续介质模型来表征这种材料，一旦波长变得更短，则连续介质模型可能就实效了。

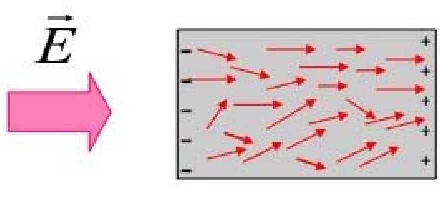
2、 介质的极化、极化电荷和极化电流

I、两类介质分子：

- 一类介质分子的正、负电荷中心重合，没有电偶极矩。在存在电场时，正负电荷中心的间距拉开了。



- 另一类介质分子的正、负电荷中心不重合，分子有电偶



极矩。这些有极分子在电场的作用下按一定的方向有序排列。

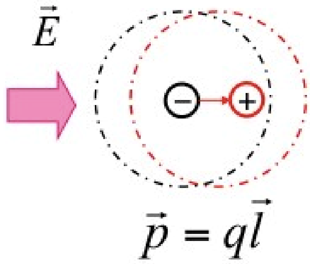
在没有外场时，这些分子或者无电偶极矩、或者其取向是无序的，并不呈现任何宏观效应；电场对这些分子作用相当于产生了一个电偶极矩——介质的极化。

II、极化强度 $\vec{P}$

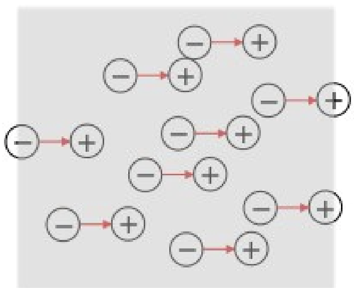
定义：

$$\boxed{\vec{P}=\frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}}$$

求和为对 ΔV 体积元中的所有分子求和。



III、简化的极化模型：



假设在无外场时，分子的正负电荷中心是重合的，其电量为 $\pm q$；

极化后，正负电荷中心拉开的位移为 $\vec{l}$；每个分子产生的电偶极矩为 $\vec{p}=q\vec{l}$。

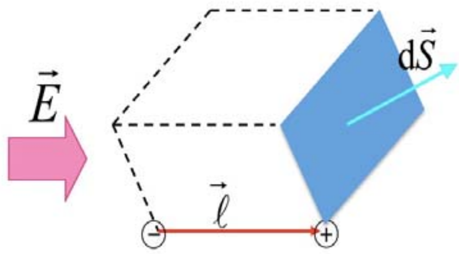
设介质的分子数密度为 n，则

$$\vec{P}=\frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}=\frac{\sum_i q\vec{l}}{\Delta V}=\frac{N}{\Delta V}q\vec{l}=nq\vec{l}$$

IV、体内极化电荷分布与极化强度的关系：

假设假设已知一块材料的极化强度的分布，极化强度的分布束缚电荷分布存在的依赖关系？为了找出这一关系，我们可先讨论

- 则因极化而通过闭合面上的面元 $\mathrm{d}\vec{S}$ 而跑出去的分子数：$n\vec{l}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$，
- 从 $\mathrm{d}\vec{S}$ 面元跑出去的电量：$nq\vec{l}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$



- 通过一个封闭的曲面跑出去的总电量为 $\oint_S\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$

由于在未极化前介质是中性的，因极化而跑出去一个正电荷，则必然在闭合曲面内留下一个负电荷。所以因极化而在封闭曲面内出现束缚电荷量为 $\int_V\rho_P\mathrm{d}V$，此处 ρ_P 为束缚电荷的密度。

根据上述分析有：

$$\int_V\rho_P\mathrm{d}V=-\oint_S\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

——（4.3’）

上式的微分形式为：

$$\rho_P = -\nabla \cdot \vec{P}$$

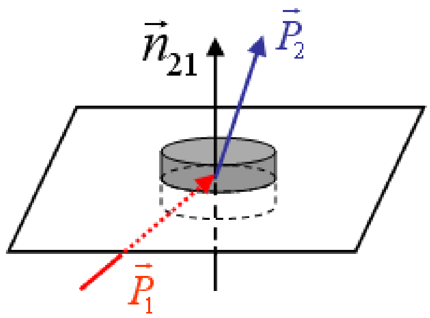
——（4.3）

几点推论：

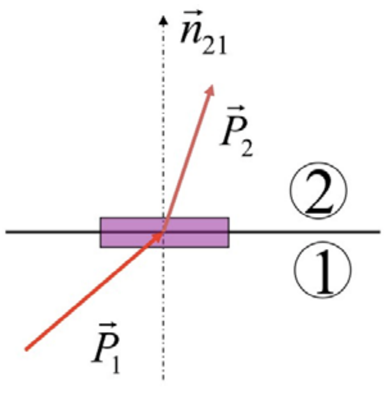
- 在非均匀极化时，在介质的整个体内都会出现极化电荷（又称为束缚电荷）；
- 在体内均匀极化时，$\nabla \cdot \vec{P} = 0$，因此体内无极化电荷，极化电荷只出现在介质的分界面或者自由电荷附近。
- 束缚电荷在两种介质分界面上的面分布，我们用束缚电荷面密度表示，即为单位分界面上的束缚电荷电量。

V、分界面极化电荷（面）分布与两侧极化强度之关系：

$$\sigma_P = \sigma_P\left(\vec{P}_1, \vec{P}_2\right) = ?$$



在分界面取一面元 $\mathrm{d}S$，在面元的两侧取一定厚度的簿层；簿层内出现的束缚电荷与 $\mathrm{d}S$ 的比值称为分界面上束缚电荷的面密度，用 σ_P 表示。



对于所选取的柱面运用公式（4.3’）得到

$$\sigma_P S = -(\vec{P}_2 \cdot \vec{n}_{21} S - \vec{P}_1 \cdot \vec{n}_{21} S) - \int_{S_{侧}} \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

式中 $\vec{n}_{21}$ 为面法向（从介质 1 指向介质 2）。

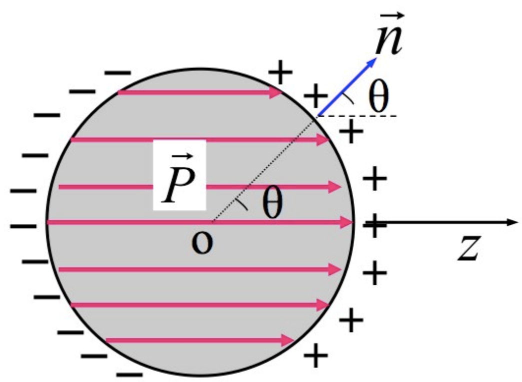
注意到在所选取的柱面的高度趋于零（物理小）时，有 $\int_{S_{侧}} \vec{P}\cdot d\vec{S}=0$，从而得到

$$\sigma_P=-(\vec{P}_2\cdot\vec{n}_{21}-\vec{P}_1\cdot\vec{n}_{21}) \qquad ——（4.4）$$

如果我们能够找出极化电荷的分布，则空间中的电场分布应该是原来的外场（假设没有变化）与极化电荷产生的极化电场叠加而成；

下面我们来列举三个介质均匀极化的例子，看看极化电荷（面）分布的特点：

- 例 1：在均匀外场中均匀极化的介质球的极化电荷分布：

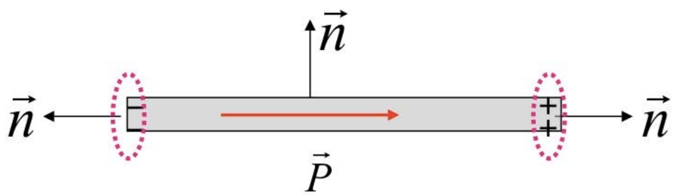


极化电荷只分布在球表面，为面密度：$\sigma_P=P\cos\theta$，因此远场看，这些极化电荷就像是一个电偶极子；

根据对称性，球心处的电场应该是延着水平轴线方向。在学完第二章的分离变量法求解静电势方法之后，

我们就可以证明：分布在介质球表面的极化电荷在球内产生的退极化电场是一个均匀电场，并且与极化强度反向！

- 例 2：在均匀外场中沿着棒轴向而均匀极化的长介质棒的极化电荷分布：



极化电荷只分布在介质棒的两个端面；

如果棒足够长，则棒两端的极化电荷对棒中的电场的影响可以忽略。

- 例 3：在均匀外场中垂直棒的轴向而均匀极化的长介质棒的极化电荷分布，及其极化电场的特点（思考题）
- 同学们思考一下例 3，并与例子 2 相比之后，可以看到对于形状各向异性的介质，沿着不同的方向极化，对介质内部的电场的影响是不同的！在第二章我们对这一问题进行定量的讨论，并且能够定量解释半导体纳米线在激光照射下所产生的荧光表现出激光的偏振的强烈依赖性，这一现象是由哈佛大学一个研究小组 2001 年首先在 Science 上报道的［引文］。

V、介质中麦克斯韦方程之一

- 真空中麦克斯韦方程之一：

$$\nabla\cdot\vec{E}=\rho/\varepsilon_0 \text{（真空）}$$

- 在介质内上式仍然成立，公式中 $\vec{E}$ 代表介质内的总电场；而激发它的源应是总电荷，即电荷密度 ρ 应包括自由电荷密度 ρ_f 和束缚电荷密度 ρ_P 两部分。

$$\nabla\cdot\vec{E}=\left(\rho_f+\rho_P\right)/\varepsilon_0$$

——（4.5）

由于在实际中自由电荷的分布易控制，所以为了研究的方便，常常在基本方程中将 ρ_P 消去。利用（4.3）得，

$$\nabla\cdot\left(\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}\right)=\rho_f$$

——（4.6）

定义电位移矢量 $\vec{D}$：

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$$

从而将式（4.6）改写为：

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_f$$

几点说明：

- 这是介质中的麦克斯韦基本方程之一；与真空中的麦克斯韦方程 1 相比较，虽然形式有了变化，但本质上是一样的。

- 电位移矢量 $\vec{D}$ 的引入只是为了使得基本方程中只出现自由电荷。
- 特别需要注意的是，公式中的“自由电荷”有时并不非得是自由的，比如我们在实验中采用离子注入的方法，向介质中注入电荷，这些带电离子就对应“自由电荷”，因为它不是由于极化而在介质中导致的新的电荷分布；
- 还有一种特殊的材料，称为驻极体，在不施加外场的情况下本身就存在极化电荷的非均匀分布，此时介质内部或者表面都可能存在极化电荷所激发的电场。

VI、极化电流密度矢量与极化强度之关系：

当电场随时间变化时，正负电荷中心的相对位移也会随时间而改变，由此产生的电流称为极化电流；

极化电荷与极化电流也满足电流的连续性方程：

$$\nabla\cdot\vec{J}_P+\frac{\partial\rho_P}{\partial t}=0$$

即：$$\nabla\cdot\vec{J}_P=-\frac{\partial\rho_P}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\vec{P}=\nabla\cdot\frac{\partial\vec{P}}{\partial t}$$

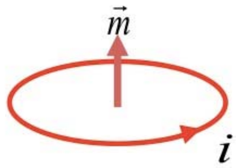
所以得：

$$\vec{J}_P=\frac{\partial\vec{P}}{\partial t}$$

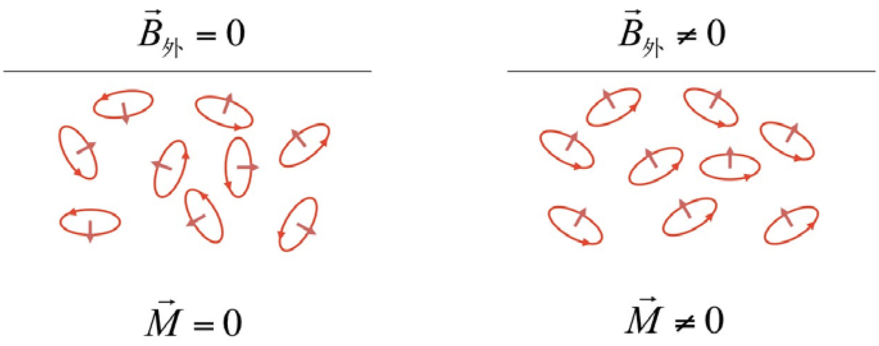
3、介质的磁化、磁化电流

I、 分子环形电流模型

- 原子：原子核与核外电子，电子不停的绕原子核运动；电子还存在自旋运动；
- 从磁学的角度，电子的这些运动特征可等效为一个微观尺寸的分子环形电流；分子环形电流可以用**磁偶极矩**描述：$\vec{m}=i\vec{a}$；$\vec{a}$为分子电流的面元矢量（大小为面元的面积，方向遵循右手定则：四指为电流绕向，拇指为面元矢量方向）



- 在没有外磁场时，这些分子磁偶极矩的取向是随机的，并不呈现任何宏观效应；
- 当有外磁场作用时，这些磁偶极矩将按一定的方向排列而出现宏观的磁化现象。



II、磁化强度$\vec{M}$：

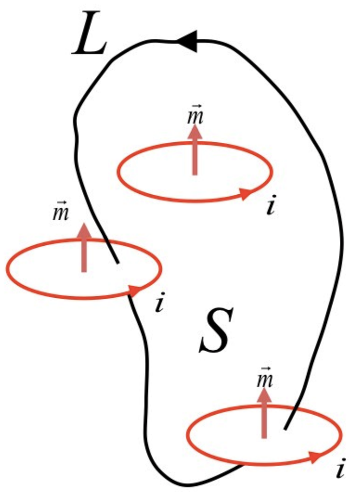
定义为单位体积内的磁偶极矩

$$\vec{M}=\frac{\sum_i \vec{m}_i}{\Delta V}$$

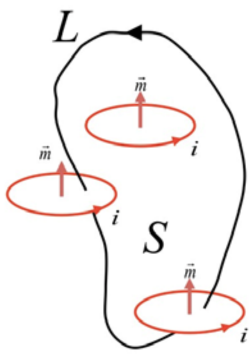
III、磁化电流 $\vec{J}_M$：

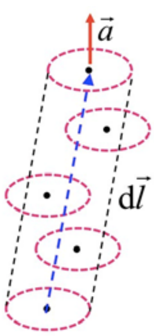
1) 定义：因介质的磁化而引起的电流。

2) 磁化电流 $\vec{J}_M$ 与磁化强度 $\vec{M}$ 之间的关系：



- 设为介质内的一个曲面 S，如图所示，
- 面的正法向为从其背面指向前面；
- 相应地，其边界线（闭合）L 的绕向为逆时针绕向（服从右手法则）。
- 分析：（从背面流向前面面而）通过曲面 S 的总磁化电流 $\int_S \vec{J}_M \cdot \mathrm{d}\vec{S}$





3 如果环形分子电流被边界线链环着，这些分子电流就对 $\vec{J}_M$ 有贡献；

4 在其他的情况下，这些分子电流要么根本没有通过曲面 S，或者穿过面 S 两次且方向相反。这些情况都对 $\vec{J}_M$ 无贡献；

5 通过曲面（从背面流向前面）的总磁化电流 I_M 等于边界线所链环的分子电流数乘上每个分子电流 i；

6 设分子电流的面元（矢量）为 $\vec{a}$；在边界线 L 上选取一个线元 $\mathrm{d}\vec{l}$；

7 如果分子电流的中心处于图示的柱体内，则这些分子电流就对 $\vec{J}_M$ 有贡献；并且这种贡献的正、负取决于 $\vec{a}$ 与 $\mathrm{d}\vec{l}$ 之间的夹角，不难看出

$$\mathrm{d}I_M = in\vec{a}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = n\vec{m}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

所以

$$I_M = \int_S \vec{J}_M \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_L \vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

或者

$$\vec{J}_M = \nabla\times\vec{M}$$

——（4.14）

4、介质中的麦克斯韦方程之一

介质极化和磁化过程中产生的极化电流或者磁化电流也会

激发磁场。真空中的麦克斯韦方程之一：

$$\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}$$

在介质内仍然成立，只不过公式中的$\vec{J}$应包括自由电流密度$\vec{J}_f$以及诱导电流密度$\left(\vec{J}_M+\vec{J}_P\right)$。因此介质内，磁感应强度满足：

$$\nabla\times\vec{B}=\mu_0\left(\vec{J}_f+\vec{J}_M+\vec{J}_P\right)+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}$$

类似的，自由电流分布容易通过实验条件来控制和测定，因此为了研究的方便，常在基本的方程中消去$\vec{J}_M$和$\vec{J}_P$。

利用前面的关系式，

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$$

$$\vec{J}_P=\frac{\partial\vec{P}}{\partial t}$$

$$\vec{J}_M=\nabla\times\vec{M}$$

得到

$$\nabla\times\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}\right)=\vec{J}_f+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

引入一个辅助的物理量：磁场强度$\vec{H}$，定义为：

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}$$

可将上式改写为：

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}_f+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

——（4.19）

总结：

介质中的麦克斯韦电磁场方程：

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_f$$

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}_f+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0$$

注意：

- 电位移矢量$\vec{D}$和磁场强度$\vec{H}$两个辅助物理量的引入，只是为了使得方程的右边只出现自由电荷和自由电流，它们也并不作为独立的场而对身处其中的电荷／电流产生作用力。
- 在真空中，由于无介质的极化和磁化，$\vec{P}$和$\vec{M}$等于零，这样有

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

将此两项关系代入，仍然得到前面关于真空中的麦克斯韦

方程组。

5、介质的电磁性质关系

1）本构关系

含有四个场量$\vec{E}$、$\vec{B}$、$\vec{D}$和$\vec{H}$的麦克斯韦电磁场方程组对应八个分量方程。在辅助物理量$\vec{D}$、$\vec{H}$和$\vec{E}$、$\vec{B}$确定之前，无法求该方程组的解；

一般地，有

$$\vec{D} = \vec{D}(\vec{E}, \vec{B})$$
$$\vec{H} = \vec{H}(\vec{E}, \vec{B})$$

这样的关系称为本构关系，具体的函数关系由材料的性质决定。

2）线性响应

在作用电磁场不是很强的条件下，介质对外场的响应是线性的。

- 此时对各向同性的介质，有：

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E};$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0, \qquad \varepsilon_r = 1 + \chi$$

χ为介质的极化率；ε为介电常数（电容率）;ε_r为相对介电常数（电容率）。

需要特别的注意：

- 在电场做作用下发生的介质极化过程，是能够转化和储存过程！能量并没有损耗掉！
- 在高频情况下，由于电磁场的变化过快，极化电荷/电流的相应比电场的变化稍迟，此时介质的响应函数为

$$\vec{D}(t)=\int\varepsilon(t-t')\vec{E}(t')dt'$$

如果外场是以频率作简谐变化，对上式作傅立叶变换，我们可以得到

$$\vec{D}(\omega)=\varepsilon(\omega)\vec{E}(\omega)$$

由于因果关系，对于函数$\varepsilon(\omega)$有一定的约束，这就是所谓的 Kramers - Kronig 关系。等到讲解电磁波传播的时候，我们再来讨论这个问题。

（请杨鑫在这个方面希望再补充、细化一下内容）

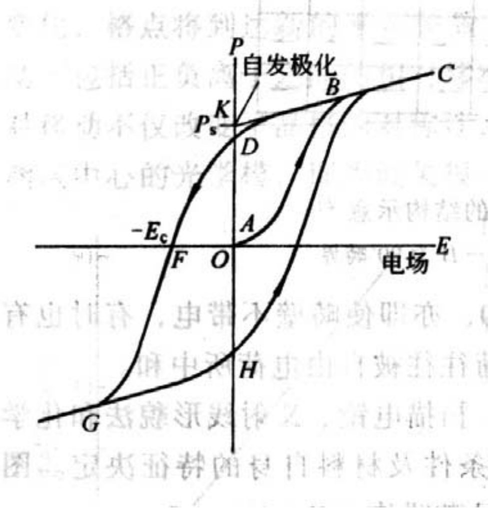
- 对各向异性的晶体材料

存在某些容易极化的取向，使得$\vec{D}$和$\vec{E}$一般不在同一方向。它们之间的一般关系是张量关系：

$$D_x=\varepsilon_{xx}E_x+\varepsilon_{xy}E_y+\varepsilon_{xz}E_z$$
$$D_y=\varepsilon_{yx}E_x+\varepsilon_{yy}E_y+\varepsilon_{yz}E_z$$
$$D_z=\varepsilon_{zx}E_x+\varepsilon_{zy}E_y+\varepsilon_{zz}E_z$$

或者写成$D_i=\varepsilon_{ij}E_j$

- 在一些铁电（ferroelectric）材料中$\vec{P}$和$\vec{E}$非线性的，而且是非单值的关系。



3）在强激光的作用下，$\vec{D}$ 和 $\vec{E}$ 的关系是非线性的

$$D_i = \sum_j \varepsilon_{ij} E_j + \sum_{j,k} \varepsilon_{ijk} E_j E_k + \ldots\ldots$$

——（4.28）

等号的右边的第一项为线性的，其余均为非线性项。

4）欧姆定律：

对于导电的介质（包括金属导体），介质某处的电流密度矢量正比于该处的电场强度——欧姆定律

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

- 特别注意：与介质极化过程不同（极化是能够转化和储存过程！能量并没有损耗掉！），一旦介质有一定的电导特性，会产生电荷的定向运动，因而会产生能量损耗（转为热能！）
- 一般导电介质中电场与电流密度之间的线性关系，本质上是一个量子力学的问题，但是可以根据经典的图像也

能够给予一定定性的解释：一般地电荷在电场的作用下会有一个加速度；但是由于电子在运动过程中不断受到原子实 / 离子的散射，使得它不可能一直加速下去，但是会沿着电场方向存在一个漂移速度。欧姆定律是描述电子在导体中迁移运动的一个平均效应。参见 Griffiths 的 289 页的讨论内容；Paul Drude 在 1900 年就研究了这个经典问题，并给出漂移速度正比于电场。

- 欧姆定律只是一个经验性的定律，其地位和重要性不能够与麦克斯韦方程等同；
- 在很强电场下材料特性表现出来的特性并不符合这样的线性关系；甚至一些材料在很弱电场情况下就已经不符合这个经验定律了；

5） 各向同性的非铁磁介质

对于非铁磁介质，磁化强度 $\vec{M}$ 与磁场强度 $\vec{H}$ 之间有简单的线性关系

$$\vec{M} = \chi_M \vec{H}$$

χ_M 为磁化率。

根据关系式 $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ 得到

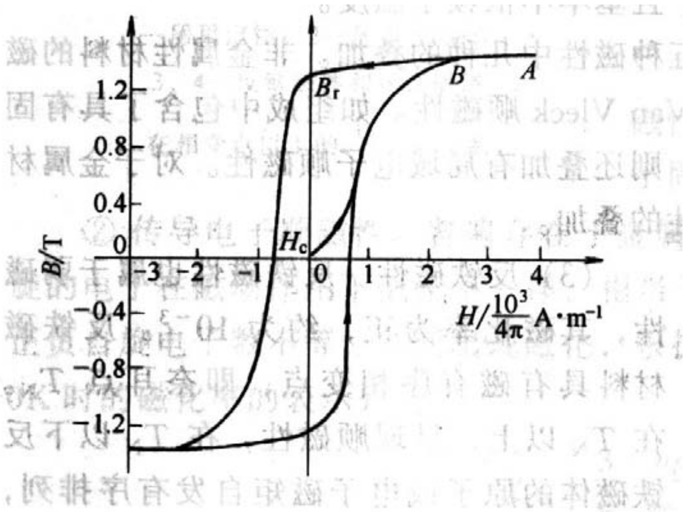
$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$\mu = \mu_r \mu_0$ 为磁导率； μ_r 为相对磁导率。

注意：与介电常数的定义相比较（$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$），磁导率的定义是采用 $\vec{B}=\mu\vec{H}$，系数的定义在极化和磁化是有区别的。

6）铁磁性物质

$\vec{B}$ 和 $\vec{H}$ 的关系是非线性的，而且是非单值的关系。



例题 1：设在电容率为 ε、电导率为 σ 的均匀介内部由于某种原因，在初始时刻，有自由电荷分布 ρ_0。根据麦克斯韦方程组，求介质内部自由电荷密度 ρ 与时间 t 的关系。

解： 根据麦克斯韦方程组，得到

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\vec{D}=\nabla\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=\nabla\cdot\left(\nabla\times\vec{H}-\vec{J}\right)$$

$$=-\nabla\cdot\vec{J}=-\sigma\nabla\cdot\vec{E}=-\frac{\sigma}{\varepsilon}\nabla\cdot\vec{D}=-\frac{\sigma}{\varepsilon}\rho$$

即

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\frac{\sigma}{\varepsilon}\rho,$$

两边对时间积分，并利用初始条件得

$$\rho = \rho_0 \mathrm{e}^{-\frac{\sigma}{\varepsilon}t}$$

说明：

- 我们可以定义一个特征时间，称为电荷密度衰减的特征时间：

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$

- 经过一个特征时间之后，介质内的自由电荷的体密度减少到原来的1/e
- 在电磁波传播一章，我们会看到，如果电磁波的振荡周期满足$T >> \tau$，则我们在处理此类介质中电磁波的传播问题时，可以将麦克斯韦方程中的自由电荷密度令为零，而只考虑传导电流的存在（借助欧姆定律）。

例题 2： 证明在均匀介质的内部，极化电荷密度ρ_P与自由电荷密度ρ_f的关系为$\rho_P = (\varepsilon_0/\varepsilon - 1)\rho_f$，式中是$\varepsilon$为介质的介电常数。

证：

$$\rho_P = -\nabla \cdot \vec{P} = -\nabla \cdot \left(\chi \varepsilon_0 \vec{E}\right)$$

$$= -(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} \ = -\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon} \nabla \cdot \vec{D}$$

$$= \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - 1\right) \nabla \cdot D == \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - 1\right) \rho_f$$

这个结果表明：

- 如果在均匀介质的内部引入一个点电荷Q_f，则该处将由于极化而出现一个极化点电荷$Q_P=\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}-1\right)Q_f$；该处总的点电荷的电量为

$$Q=Q_f+Q_P=\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}Q_f=\frac{Q_f}{\varepsilon_r}$$

- 如果在均匀介质某处引入一电偶极子，上述结果表明在介质内部的同一处，将存在一个由极化电荷构成的电偶极子$\vec{p}_P=\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}-1\right)\vec{p}_f$。这样该处总的电偶极矩为

$$\vec{p}=\vec{p}_P+\vec{p}_f=\frac{\vec{p}_f}{\varepsilon_r}$$

09 月 15 日作业题：

1）郭硕鸿《电动力学》（第三版）P35 页：习题 7。

2）补充题：计算半径为R_0、介电常数为ε的介质球，放置于均匀外电场$\vec{E}_0$下均匀极化，计算介质球心处的电场强度$\vec{E}$。